

## RETORNOS DE LA EDUCACION PUBLICA Y PRIVADA: INFERENCIA ASINTOTICA Y BOOTSTRAP EN MEDIDAS DE DESIGUALDAD

Milenka Ocampo\* y Carlos Alberto Foronda \*\*

*\*Oficina del Informe de Desarrollo Humano  
Programa de las Naciones Unidas Para el Desarrollo (PNUD)  
\*\*Centro de Investigaciones Económicas y Empresariales (CIEE)  
Universidad Privada Boliviana*

### RESUMEN

El presente trabajo muestra, en base a evidencia empírica, que las diferencias entre la educación pública y privada han acentuado en el tiempo la desigualdad de ingresos existente en Bolivia. Inicialmente, se realiza un análisis descriptivo de las diferencias en calidad, infraestructura y cobertura entre la educación pública y privada. Posteriormente, empleando técnicas microeconómicas y tests de hipótesis bajo *Bootstrap*, se verifica que las diferencias entre ambos tipos de educación son significativas para explicar una parte de la desigualdad de ingresos generada entre 1999 y 2006 en Bolivia. Adicionalmente, se aplican el método *Bootstrap Moon* para asegurar la robustez de los resultados.

**Palabras Clave:** Educación Pública-Privada, Desigualdad, Entropía, Microsimulación, *Bootstrap*.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los diferentes análisis realizados sobre educación comparten la idea de que la educación es un elemento fundamental para el desarrollo de todo ser humano<sup>1</sup>. La educación formal es de carácter progresivo, establece pasos de dificultad creciente para el desarrollo de competencias y habilidades de los niños y jóvenes<sup>2,3</sup>.

En América Latina, en 2006, siete países de la región lograron universalizar la matrícula en educación primaria (Bahamas, Barbados, Chile, Argentina, Uruguay, Surinam y Panamá). Por otro lado, otros siete países (México, Ecuador, Brasil, Costa Rica, Perú, Venezuela y Colombia) están superando el 90%. Cuatro países (El Salvador, Honduras, Nicaragua y Guatemala) sólo han logrado asegurar la conclusión de este nivel a menos del 80% de su población. En el caso de Guatemala, más del 40% de su población entre 15 y 19 años no ha culminado la educación primaria.

En lo que se refiere a la educación secundaria, sólo diez países de la región han logrado que el 75% de los jóvenes tengan acceso a la educación secundaria, seis países presentan tasas netas de matrícula a la educación secundaria menores a 60%: Guatemala, Nicaragua Ecuador, República Dominicana, El Salvador y Colombia. Como en el caso del acceso a la educación primaria, los países que presentan las tasas más bajas son aquellos que presentan mayores niveles de demandas sociales derivadas del crecimiento y dependencia demográfica, así como mayores proporciones de población rural y menores niveles de desarrollo humano y económico, UNESCO [9].

En la mayoría de los países de América Latina se han incrementado considerablemente las coberturas de educación, tanto en el nivel primario como en el secundario, es decir, aumentó la capacidad de atraer a los niños a sus aulas, sin embargo, aún se mantienen altas tasas de abandono, deserción y se tienen cuestionamientos sobre la calidad de la educación.

---

<sup>1</sup> Ver UNESCO [9].

<sup>2</sup> La educación preprimaria es una primera etapa de instrucción organizada, destinada sobre todo a preparar a los niños más pequeños para el entorno escolar; la educación primaria, es la etapa en la que comienzan los estudios sistemáticos de lectura, escritura y matemáticas; el primer ciclo de la educación secundaria busca completar la educación básica, así como construir los cimientos para una educación permanente; el segundo ciclo de la educación secundaria apunta a una mayor especialización temática y además de la profundización en algunas materias, se introducen contenidos especiales. La conclusión de este ciclo permite acceder a la educación post secundaria (sea o no terciaria) donde se adquiere especialización laboral y académica.

<sup>3</sup> Ver UNESCO [9].

En Bolivia, en 2006, la situación no es diferente, existen hoy 4.3 millones de niños, que representan en conjunto el 43% de la población total. Este grupo poblacional se distribuye de la siguiente manera según el ciclo de vida que atraviesa: 1.5 millones tienen entre cero y cinco años, 1.9 millones entre seis y trece años y 0.8 millones entre 14 y 17 años<sup>4</sup>. Esta estructura de la población muestra una Bolivia joven altamente concentrada en la niñez, ello tiene grandes repercusiones en la demanda de servicios de educación, de servicios públicos de salud, vivienda y saneamiento<sup>5</sup>.

Según UDAPE [7], en Bolivia se ha logrado una cobertura neta de primaria del 92.7%, pero la tasa de término a octavo de primaria es 75.6% que aún excluye al 24.4% de los niños que terminan este nivel de educación. La cobertura neta en el nivel inicial alcanzó un 36%, en cuanto a la educación secundaria se observan una cobertura neta de 48.2% y una tasa de término a cuarto de secundaria de 56.8%. Sin embargo, el diagnóstico sectorial muestra avances muy significativos en los últimos 25 años: la cobertura escolar mejoró, la tasa neta de asistencia escolar aumentó del 69% al 87% y el rezago escolar se redujo de 43% a 10%.

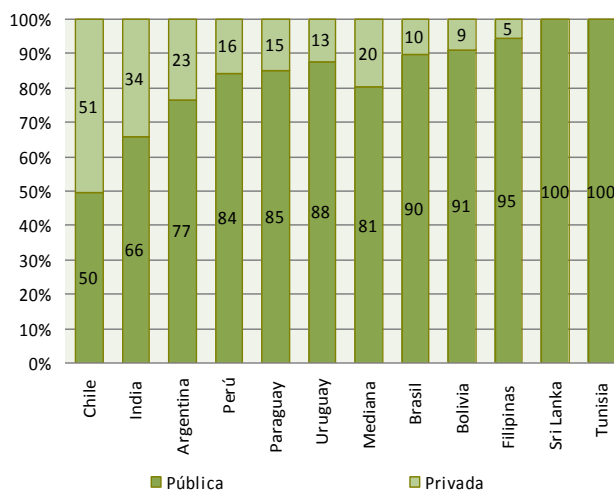
Finalmente, hubo una ganancia en la acumulación de capital humano equivalente a 3.4 años de estudio promedio entre 1976 y 2001. Pero más allá de estas mejoras, que se dieron sobre todo en la educación pública, existen fuertes cuestionamientos en la calidad de esta educación. Entonces, surgen las siguientes interrogantes: ¿son importantes las diferencias entre la educación pública y privada en Bolivia? y ¿estas diferencias generan distorsiones en la generación de ingreso de las personas, ocasionando desigualdad de oportunidades?, estas preguntas serán el objeto del presente trabajo.

El documento está organizado de la siguiente forma: en el capítulo 2 se realiza un análisis descriptivo de las diferencias entre la educación pública y privada, en el capítulo 3 se plantea la metodología para realizar *tests* de hipótesis bajo *Bootstrap* para verificar el hecho de que las diferencias entre la educación pública y privada han acentuado en el tiempo la desigualdad de ingresos existente en Bolivia. En el capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos y, finalmente, en el capítulo 5 se tienen las conclusiones.

## 2. LA EDUCACIÓN Y LAS DIFERENCIAS ENTRE LA EDUCACIÓN PÚBLICA Y PRIVADA

### 2.1 Diferencias Presentes Entre la Educación Pública y Privada

La UNESCO [8] identifica como una de las diferencias importantes que producen las desigualdades en la educación de niños, a la diferencia entre las características de la educación pública y la educación privada. Como se muestra en la figura 1, en 9 de 11 países analizados, tres de cada cuatro alumnos que cursan primaria asisten a establecimientos públicos.



**Figura 1** - Alumnos de primaria por tipo de educación (en porcentaje)

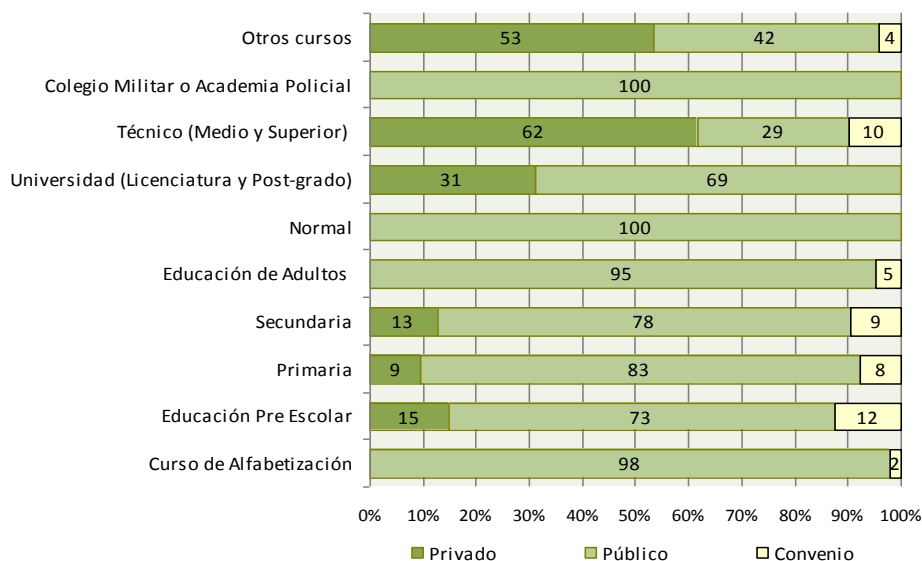
Fuente: Base de datos WEI-SPS

<sup>4</sup> Ver INE [2].

<sup>5</sup> Ver PNUD [5].

En Sri Lanka y Túnez, la educación primaria es exclusivamente pública, en Bolivia el 91% de los alumnos asiste a establecimientos públicos. En Chile, por el contrario, la mitad de los estudiantes de educación primaria se encuentra matriculada en establecimientos privados, en comparación con un tercio de alumnos en escuelas privadas en India, un cuarto en Argentina y entre el 10% y 16% en Brasil, Paraguay, Perú y Uruguay.

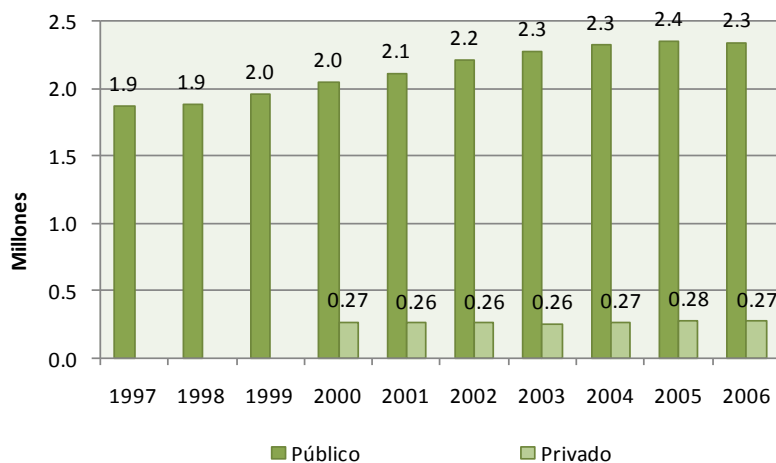
En el año 2006, en Bolivia, la educación pública absorbe la mayor parte de la educación preescolar o inicial, primaria, secundaria en incluso universitaria; la educación privada supera a la educación pública en cobertura únicamente en la enseñanza técnica. La educación pública se caracteriza por matricular al 100% de la población que ingresa al Colegio Militar, la Academia Policial y la Educación Normal. También existen programas enfocados a mejorar los niveles de educación de la población adulta, el 98% de la población inscrita en cursos de alfabetización y 95% en educación de adultos corresponde a establecimientos públicos, en comparación al 5% y 2%, respectivamente, de matriculados en establecimientos de convenio, figura 2.



**Figura 2 - BOLIVIA:** Población matriculada de 5 a 39 años de edad por tipo de establecimientos, según sexo y nivel de matriculación, 2006

Fuente: Instituto Nacional de Estadística, MECOVI 2005-2006

En el país existe una demanda creciente por educación, esta demanda es cubierta principalmente con educación pública. La figura 3 muestra que en los últimos 10 años se ha incrementado el número de niños que ingresan al sistema educativo tanto público como privado, pero una mayor proporción de esta población se encuentra en establecimientos públicos.



**Figura 3 – BOLIVIA:** Alumnos efectivos por tipo de establecimiento (en millones)

Fuente: Ministerio de educación, 2006

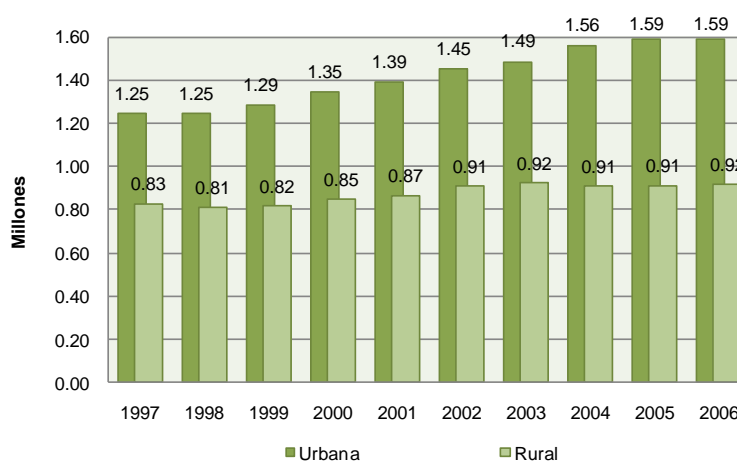
En el año 2006, la población en edad escolar efectiva total era de 2.6 millones, de este total se encontraban inscritos 2.3 millones en establecimientos públicos y 0.3 millones en establecimientos privados, aproximadamente 9 niños en educación pública por un niño en educación privada.

## 2.2 Diferencias en Educación Entre Zonas Urbanas y Rurales

En todos los países, son comunes las diferencias entre las escuelas en pequeños poblados o zonas rurales y en las grandes urbes y representan una problemática educativa de múltiples dimensiones<sup>6</sup>. En Bolivia, las desigualdades en educación también se presentan según el área geográfica a la que pertenecen los establecimientos ya sean éstos públicos o privados.

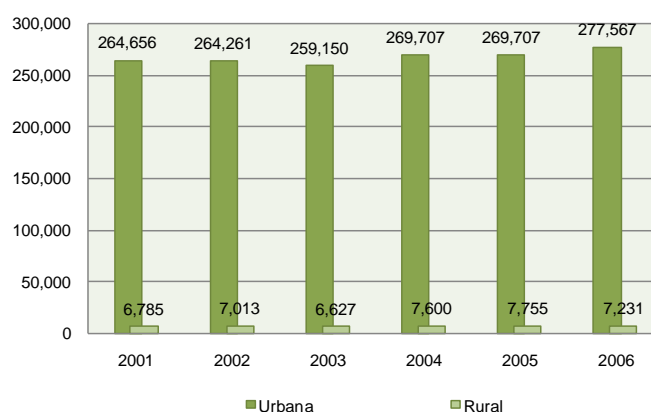
### 2.2.1 Cobertura Educativa

El análisis por área geográfica muestra que existe una presión de oferta educativa en los establecimientos públicos, ya sean urbanos o rurales; como se observa en las figuras 4 y 5, existía un mayor número de alumnos inscritos en establecimientos públicos-urbanos en comparación con alumnos inscritos en establecimientos privados-urbanos. En el 2006, existían 1,8 millones de inscritos en el área urbana, 83% estaban inscritos en establecimientos públicos y 17% en establecimientos privados.



**Figura 4 - BOLIVIA:** Alumnos inscritos en establecimientos públicos por área (en millones)

Fuente: Ministerio de educación, 2006.



**Figura 5 - BOLIVIA:** Alumnos inscritos en establecimientos privados por área (en millones)

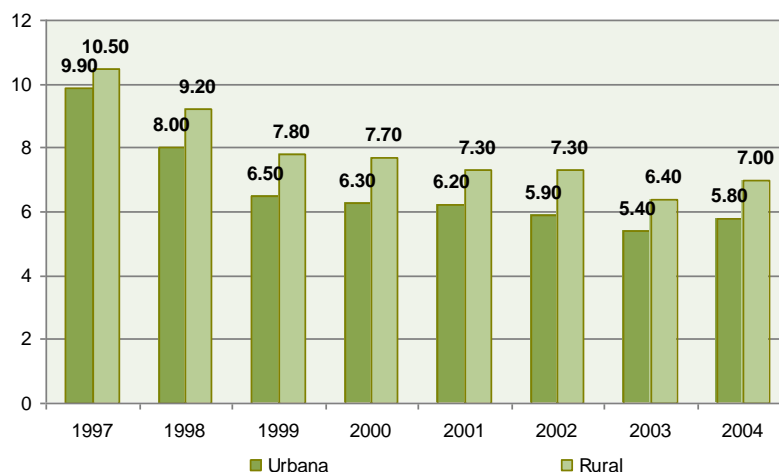
Fuente: Ministerio de educación, 2006

<sup>6</sup> Ver UNESCO [8].

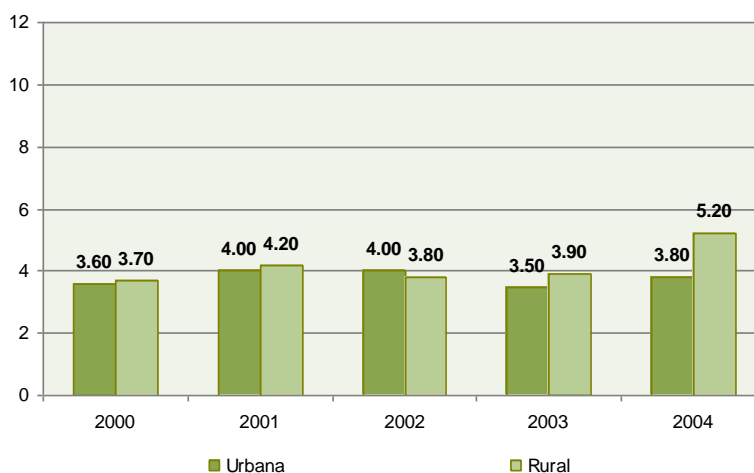
### 2.2.2 Rendimiento Educativo

Dado que las tasas de cobertura en educación están llegando casi al 100%, el reto del sistema educativo es el de mantener y conseguir que los alumnos terminen todos los niveles de educación. Una medida aproximada para cuantificar la permanencia-culminación de los alumnos en primaria y secundaria, es la *tasa de término* a 8vo de primaria y la *tasa de término* a 4to de secundaria<sup>7</sup>. En esta línea, en los últimos cinco años la tasa de término a 8vo de primaria ha ido mejorando, más del 70% de la población es promovida a 8vo de primaria, en el 2006 este porcentaje fue de 75.6%, ligeramente menor que el 2004 (este descenso se puede deber a la introducción del RUDE – Registro Único De Estudiantes, que permitió disminuir el sobre reporte de alumnos inscritos en las unidades educativas).

Otro indicador importante comúnmente analizado es la *tasa de abandono*, esta tasa es mayor en los establecimientos públicos que en los privados, y en las áreas rurales es mayor que en las urbanas. Para el 2004 la tasa de abandono en la educación pública era de 6.2% y en la educación privada de 3.8%, casi la mitad de la tasa de la educación pública. Como se observa en las figuras 7 y 8, la tasa de abandono en establecimientos públicos urbanos ha ido mejorando, pasando de 9.9% en 1997 a 5.8% en el 2004, una mejora similar se ve en los establecimientos públicos rurales que pasan de una tasa de 10.5% en 1997 a 7% en el 2004. Estas tasas son mayores a las que se presentan en los establecimientos privados donde las tasas de abandono son menores al 4% (salvo en el año 2004) y la diferencia urbano – rural existe pero no es tan clara como la que se ve en los establecimientos públicos.



**Figura 7 - BOLIVIA:** Tasa de abandono de establecimientos públicos por área  
**Fuente:** Ministerio de educación, 2006

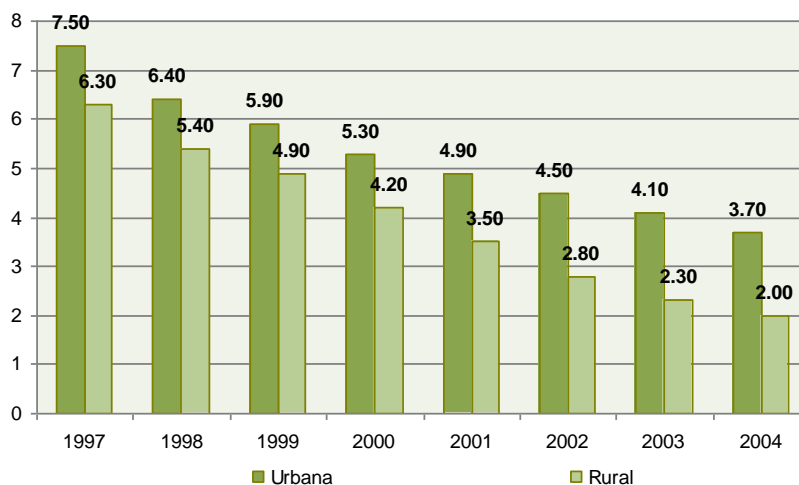


**Figura 8 - BOLIVIA:** Tasa de abandono de establecimientos privados por área

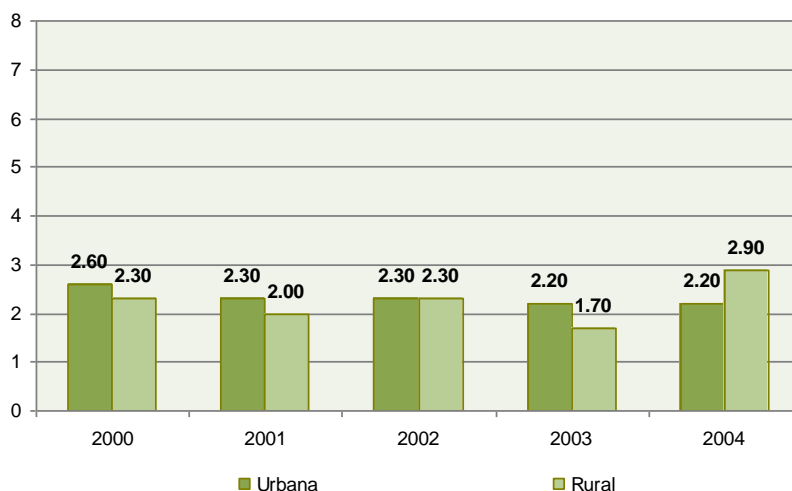
<sup>7</sup> Ver UDAPE [6].

Fuente: Ministerio de educación, 2006

La *tasa de reprobación* sigue el comportamiento de los anteriores indicadores, las mayores tasas de repetición se presentan en los establecimientos públicos; las figuras 9 y 10 muestran que ha existido una mejora en las tasa reprobación por área, pasando de 7.5% en 1997 a 3.7 en el 2004 en los establecimientos públicos urbanos y de 6.3 a 2% en los establecimientos públicos rurales. Estas tasas siguen siendo mayores que las que se presentan en los establecimientos privados donde pasaron de 2.6% en el 2000 a 2.2% en el 2004 en áreas urbanas, para este mismo año la tasa de reprobación aumentó en relación al año 2000 de 2.3% a 2.9% en el área rural, rompiendo de esta manera la tendencia decreciente de los últimos cinco años.



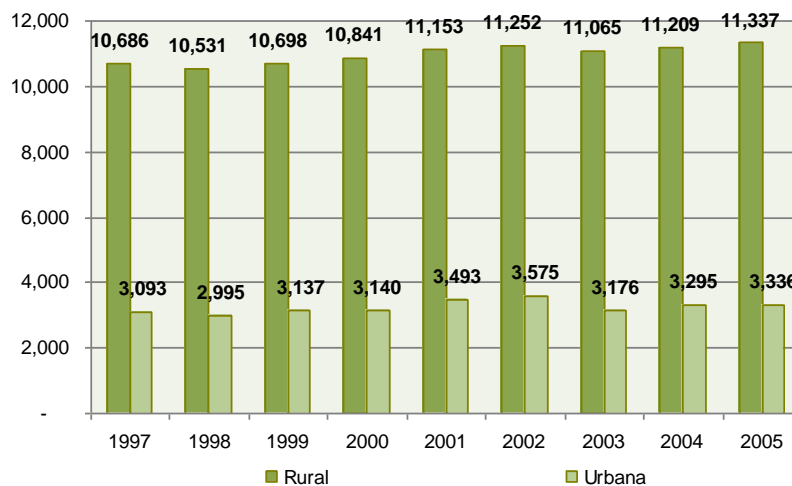
**Figura 9 - BOLIVIA:** Tasa de reprobación en establecimientos públicos por área  
Fuente: Ministerio de educación, 2006



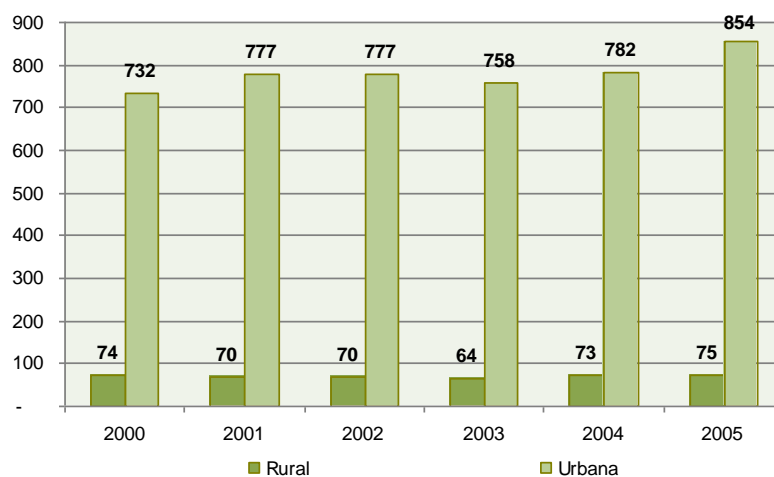
**Figura 10 - BOLIVIA:** Tasa de reprobación en establecimientos privados por área  
Fuente: Ministerio de educación, 2006

### 2.2.3 Infraestructura Educativa

La infraestructura educativa está medida por el número de unidades educativas presentes tanto en la educación pública como en la educación privada. Las figuras 11 y 12 muestran que existe una tendencia creciente en el número de unidades educativas, alcanzando casi 15 mil el año 2005, de las cuales 11,337 son establecimientos públicos rurales; se tiene que por cada tres unidades educativas rurales existía una urbana. Se puede observar también que las unidades educativas privadas son más urbanas que rurales; en el año 2005, existían 854 unidades privadas urbanas en comparación a 75 unidades privadas rurales.

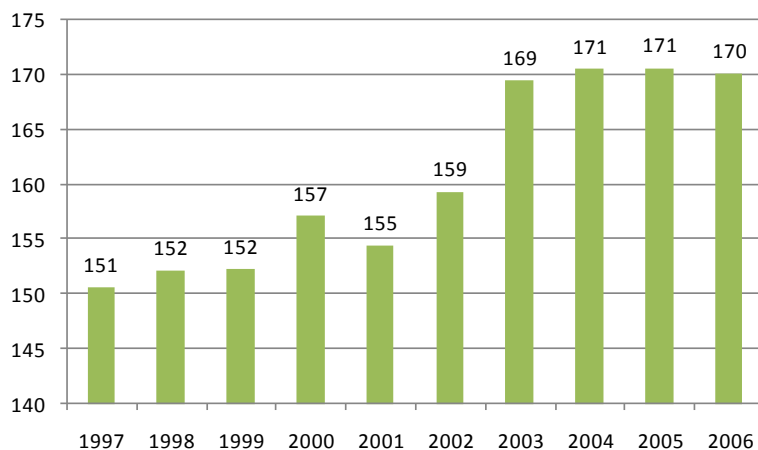


**Figura 11 - BOLIVIA:** Número de unidades educativas públicas, por aérea  
**Fuente:** Ministerio de educación, 2006



**Figura 12 - BOLIVIA:** Número de unidades educativas privadas, por aérea  
**Fuente:** Ministerio de educación, 2006

La relación alumno-unidad educativa, permite cuantificar el número promedio de alumnos existentes por cada unidad educativa; este indicador ha ido creciente en los últimos diez años y desde 2003 esta relación se ha mantenido constante en 170 alumnos por unidad educativa pública, figura 13.

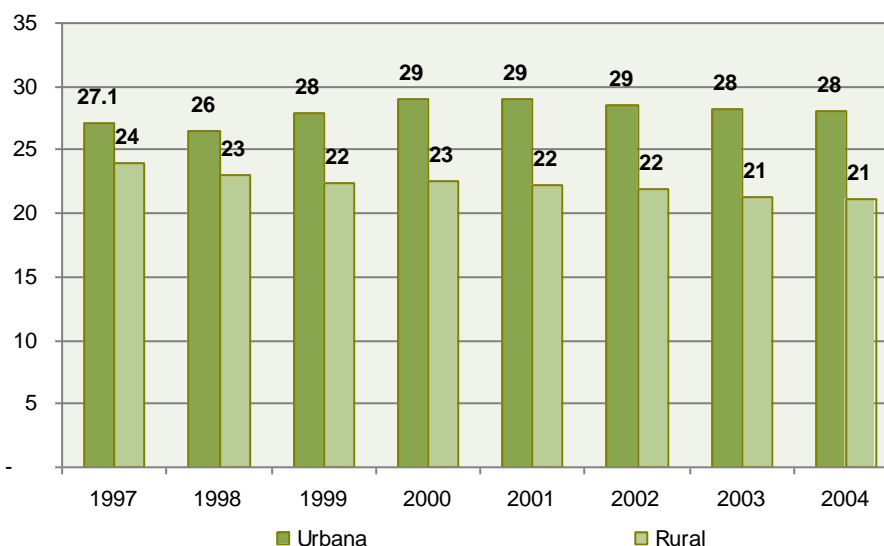


**Figura 13 - BOLIVIA:** Relación alumno-unidad educativa pública

Fuente: Ministerio de educación, 2006

### 2.2.4 Características Adicionales de la Educación Pública

Otras características de la educación pública muestran que la relación alumno-docente, que mide el número de alumnos por cada docente, no ha tenido variaciones significativas en los últimos 10 años, es mayor en el área urbana que en el área rural, en el área urbana esta relación es de 28 alumnos por docente, en comparación al área rural donde existían 21 alumnos por docente en el año 2004, figura 14.



**Figura 14 - BOLIVIA:** Relación alumno docente, educación pública por área

Fuente: Ministerio de educación, 2006

También es interesante observar la remuneración<sup>8</sup> del personal docente en la educación pública, ésta se hace de acuerdo con el Reglamento Nacional del Servicio de Educación (1957), el cual es el instrumento normativo tanto para la carrera docente como para la administrativa<sup>9</sup>. En la Tabla 1 se puede observar los diferentes niveles de haber básico para los docentes que trabajan 72 horas pedagógicas al mes en las unidades educativas públicas. El haber básico mayor es para las personas que trabajan en áreas rurales. En general los directores tienen un haber básico mayor al de los docentes.

**Tabla 1 - ESCALA SALARIAL (HABER BÁSICO), 2004  
(EN BOLIVIANOS CORRIENTES)**

	2004		
	Capital	Provincia	Rural
Director Normalista	1,139	1,223	1,339
Director Egresado	1,115	1,198	1,286
Director Titulado por Antigüedad	1,088	1,174	1,249
Director Interino	1,037	1,141	1,221
Docente Normalista	670	735	801
Docente Egresado	609	678	733
Docente Titulado por Antigüedad	556	609	664
Docente Interino	505	559	606
Secretarias	497	545	589
Regentes	493	505	556
Niñeras	477	499	520
Porteros	462	479	505

<sup>8</sup> Este salario docente es la suma de cuatro componentes: El haber básico, que es el monto base sobre el que se aplica los incrementos posteriores; la categoría que reconoce la antigüedad del trabajo docente; los bonos, que son erogaciones adicionales y los incentivos que intentan premiar la labor docente.

<sup>9</sup> Ver Ministerio de Educación [4].



**Fuente:** Departamento de Recursos Humanos de la Unidad de Administración de Recursos, VEIPS, MECyD.

Aunque el salario puede ser un factor importante en las diferencias entre los establecimientos públicos y privados, Vera [28] concluye en su trabajo que lo relevante en el desempeño de los alumnos es el conocimiento del docente. El conocimiento del docente influye positivamente sobre el desempeño de los niños, sin embargo, al incrementarse el número de alumnos por docente el rendimiento del alumno se reduce, ello explica en parte la mayor eficiencia de los establecimientos privados<sup>10</sup>.

### 2.2.5 Calidad de la Educación en Bolivia

El año 2001 se realizó una Prueba de Aptitud Académica para los alumnos de 4to de secundaria en lenguaje y matemáticas, los resultados muestran que sólo cerca de un tercio de los jóvenes tienen un nivel alto en vocabulario y sintaxis, un poco menos de la mitad en comprensión de lectura. En matemáticas la situación empeora, pues sólo un tercio de los alumnos tiene rendimiento alto en geometría y menos de un tercio en aritmética, álgebra y estadística aplicada (Ministerio de Educación [4]).

El documento del Ministerio de Educación [4] muestra que entre las características personales que inciden negativamente en los niveles de logro, se encuentra el hecho de que los jóvenes realicen algún trabajo productivo y los problemas de salud.

Entre los aspectos pedagógicos que condicionan la obtención de menores niveles de logro por parte de los alumnos están: la carencia de textos escolares y ausencia de tareas para la casa como estrategia de afianzamiento del aprendizaje. Estos factores asociados dan luces sobre algunas acciones que se podrían tomar para incrementar los niveles de logro, lo que se traduciría posteriormente en una mejor educación.

### 2.3 El Gasto Social y la Inversión en Educación

El hecho de contar con recursos suficientes es una condición necesaria, aunque no suficiente, para aprender de forma adecuada. También es importante tener en cuenta que países con niveles similares de riqueza pueden realizar inversiones muy dispersas en el sector educación.

Túnez y Chile invierten las mayores proporciones de su riqueza nacional en el ámbito de la educación: 7,3% y 6,4% de su producto interno bruto, respectivamente<sup>11</sup>. Sin embargo, en términos de recursos por alumno, se tiene una gran disparidad entre los países. Según los datos disponibles, en 2005-2006, el mayor gasto por estudiante de primaria se observó en Chile (2,120 dólares PPA), Malasia (1,552 dólares PPA), Brasil (1,159 dólares PPA) y Uruguay (1,063 dólares PPA). El gasto por alumno fue inferior a 700 dólares PPA en Filipinas, India, Paraguay y Perú.

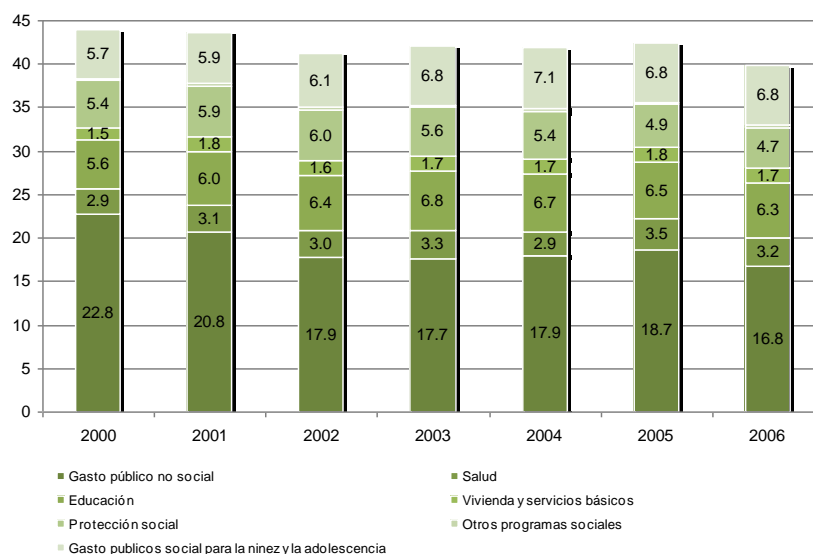
Cabe destacar que la mayor parte de los presupuestos destinados a la educación (desde el 67% en Uruguay hasta un 94% en Filipinas) se asigna al pago de salarios de los docentes. En general, este ítem representa cerca del 85% del gasto corriente, dejando escasamente un 15% para la adquisición de libros de texto y otros elementos auxiliares para el aprendizaje.

En Bolivia, UDAPE-UNICEF [7], el gasto total en educación es ejecutado por cuatro instancias: La Administración Central (6.6%), las Prefecturas (57.7%) y los Gobiernos municipales (9.6%). En el periodo 2000-2005, estas instancias en conjunto registraron en conjunto un gasto promedio anual de 534 millones de dólares que representó un 37.2% del Gasto Público Social Total y un 4.1% del Producto Interno Bruto, figura 17. En este periodo, el gasto dirigido al sector educación se incrementó en aproximadamente 148 millones de dólares, con un aumento de su participación en el gasto social total de 35.9% en el año 2000 a 38.4% en 2005, lo cual demuestra la mayor importancia de este sector dentro del esquema del gasto social a nivel nacional.

Del análisis anterior se deduce que existe una demanda creciente por servicios de educación, esta demanda está concentrada principalmente en los establecimientos públicos. Por otro lado, algunos indicadores de rendimiento como la tasa de abandono y la tasa de repetición, entre otros, son mayores en los establecimientos públicos que en los privados, en las áreas rurales más que en las urbanas. En general, existen diferencias marcadas entre la educación pública o privada.

<sup>10</sup> Ver Vera [28].

<sup>11</sup> Ver UNESCO [9].



**Figura 17 – BOLIVIA:** Gasto en educación como porcentaje del PIB  
**Fuente:** UDAPE-UNICEF, 2008

Según la Teoría del Capital Humano propuesta por Gary Becker [24], una mayor inversión en educación permite mayores niveles de productividad, por tanto mayores retornos o ingresos, entonces, esta productividad es resultado, en parte, de la calidad de la educación recibida. Así, surge la interrogante ¿las diferencias en los retornos de la educación recibida por una persona, según sea ésta pública o privada, habrán ocasionado un incremento de la desigualdad en el país en el tiempo?

### 3. ESTRATEGIA METODOLÓGICA

A continuación se presenta la metodología empleada para verificar si es significativo o no el incremento de la desigualdad en el tiempo, generado por las diferencias en los retornos de la educación pública y privada. Inicialmente, se describe el proceso generador del ingreso del hogar y la estrategia empleada en el presente trabajo para obtenerlo, posteriormente, se presentan los métodos bajo los cuales se realizan los tests de hipótesis para verificar que los cambios en la desigualdad son en parte generados por la desigualdad en la educación.

#### 3.1 El Proceso Generador del Ingreso del Hogar

Para obtener la distribución del ingreso que permitirá obtener los cambios en la desigualdad, se debe desarrollar un modelo que resuma la complejidad que existe en la formación del ingreso de los hogares. Bourguignon *et. al.* [10] y González-Rosada y Menéndez [15], resaltan que la dificultad de modelar el ingreso del hogar de las economías en desarrollo viene en gran parte del hecho de que éste es obtenido de diferentes fuentes. A continuación se presenta de forma resumida la descomposición del ingreso del hogar en el área urbana según Parlamento y Salinardi [21].

Sea  $Y_{Li}^t = L_i^t \cdot w_i^t$  el ingreso laboral de un individuo  $i$  en el hogar en el momento  $t$ , el cual viene dado por el producto entre las horas dedicadas al trabajo  $L_i^t$  y su salario horario  $w_i^t$ . Se asume que el total de horas trabajadas es el resultado de un proceso de maximización de utilidad que efectúa el trabajador tomando el salario de mercado como dado, que actúa como el coste de oportunidad del ocio. Esto sugiere que en equilibrio, el total de horas se ajusta para igualar el salario horario a la utilidad marginal del ocio.

Sea  $L_i^{*t}$  la oferta de horas de trabajo resultante de este proceso de optimización. Se asume que el proceso generador de los ingresos laborales para un individuo  $i$  en el período  $t$  viene dado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\ln(w_i^t) = X_{i,t}^t \beta^t + \mu_i^t \tag{1}$$

$$L_i^{*t} = X_{2i}^t \gamma^t + v_i^t \quad (2)$$

$$L_i^t = \max(0, L_i^{*t}) \quad (3)$$

donde  $X_{1i}^t$  y  $X_{2i}^t$  son dos vectores de características observables del individuo, los cuales pueden compartir elementos en común;  $\beta^t$  un vector de parámetros que determina el salario horario de mercado;  $\gamma^t$  un vector de parámetros que afecta la decisión de oferta laboral;  $\mu_i^t$  y  $v_i^t$  son vectores de características inobservables que influyen sobre el salario horario y las decisiones laborales, respectivamente.

Sintetizando el conjunto de características observables en el vector  $X_{1i}^t$ , es posible expresar al ingreso laboral para una población de tamaño  $N^t$  como la siguiente función:

$$Y_{Li}^t = f(X_{1i}^t, \beta^t, \gamma^t, \mu_i^t, v_i^t) \quad i = 1, \dots, N^t \quad (4)$$

Se define  $K^t$  como el conjunto de argumentos que caracterizan a  $Y_{Li}^t$  en el período  $t$ , de manera que puede definirse alternativamente:

$$Y_{Li}^t = (K^t) \quad (5)$$

El modelo se completa postulando los siguientes supuestos (Woolridge, 2002):

- a)  $(X_{1i}^t, X_{2i}^t)$  difieren en al menos un elemento,
- b)  $(X_{1i}^t, L_i^t)$  son siempre observados mientras que  $w_i^t$  lo es sólo si  $L_i^{*t} > 0$ ,
- c)  $(\mu_i^t, v_i^t)$  son independientes de  $X_{1i}^t$  y poseen esperanza cero,
- d)  $v_i^t \sim Normal(0, \sigma_i^t)$ ,
- e)  $E(\mu_i^t | v_i^t) = \rho^t v_i^t$ .

Una vez obtenido el ingreso laboral de un individuo, se obtiene el ingreso *per cápita* del hogar, es decir, la suma de ingresos laborales y no laborales de todos los miembros de éste entre el total de miembros. Sea el ingreso del hogar *per cápita*  $Y_H^t$ , definido por:

$$Y_H^t = \frac{\sum_{i=1}^J (Y_{Li}^t + \bar{Y}_i^t)}{J} \quad (6)$$

donde  $\bar{Y}_i^t$  denota el ingreso no laboral del miembro del hogar  $i$  en el período  $t$ .

### 3.2 Cambios en la Desigualdad

Para observar los cambios en la desigualdad entre  $t$  y  $t'$ , inicialmente se representa la distribución del ingreso laboral individual en  $t$  de la siguiente forma:

$$D_L^t = \{Y_{L1}^t, \dots, Y_{LN^t}^t\} \quad (7)$$

De la ecuación (5), se define a  $k^t$  como un subconjunto de argumentos de  $K^t$ . Se supone que éste puede ser reemplazado por el subconjunto  $k^{t'}$  que contiene tales argumentos, pero correspondientes al período  $t'$ , así, se

denota por  $Y^t_{Li}(k^t)$  al ingreso resultante conocido como ingreso *contrafactual* y la distribución del ingreso laboral simulado en  $t'$  puede representarse como:

$$D^t_L(k^t) = \{Y^t_{L1}(k^t), \dots, Y^t_{LN^t}(k^t)\} \tag{8}$$

De la diferencia entre (7) y (8) puede obtenerse el efecto que posee el cambio de  $k$  entre  $t$  y  $t'$ , manteniendo el resto de los argumentos constantes, sobre el cambio en la desigualdad de la distribución del ingreso laboral individual (Gasparini *et al.*, [16]).

Luego, se define como  $T(D)$  el índice de desigualdad aplicado a la distribución  $D$ . El impacto sobre la desigualdad entre  $t$  y  $t'$  vendrá dado por la siguiente diferencia:

$$T(D^t(k^t)) - T(D^t) \tag{9}$$

Ahora, de forma análoga se puede obtener el impacto sobre la desigualdad a nivel del hogar, sin embargo, por el enfoque del presente trabajo y la ausencia de información se realiza una variante en la metodología presentada por Bourguignon<sup>12</sup>. Para obtener el ingreso del hogar  $Y^t_H$  se procedió a la estimación de la ecuación (6) a partir de:

$$\dot{Y}^t_H = X^t_H \beta^t_H + \varepsilon^t_H \tag{10}$$

El ingreso total del hogar aparece como una función conocida de sus características, observables y no observables  $\varepsilon^t_H$ , de un conjunto de parámetros de comportamiento y de un conjunto de “precios”. Lo que es interpretado como “precios” o “retornos” en el presente trabajo, es el vector  $\beta$ . Cambios de este vector en el tiempo muestran cómo las remuneraciones de mercado de individuos y atributos familiares pueden cambiar, así, afectando el salario personal potencial, el ingreso familiar y las posibles decisiones - al interior de la familia - de participación u ocupación.

La estimación econométrica de la función de ingreso permite obtener los coeficientes  $\beta^t_i$  y la distribución de los inobservables  $\varepsilon^t_H$ . Para hacer que esta última sea similar a la distribución observada en el año  $t'$ , se sugiere modificarla utilizando la siguiente transformación:

$$(10.a) \quad \hat{\varepsilon}^t_H = F^{-1^{t'}} \circ F^t \varepsilon^t_H ,$$

donde  $F^t$  es la función de distribución con el rango de los argumentos en el año  $t$ . En tiempo continuo  $F^t$  sería simplemente la función de distribución acumulada del término inobservable  $\varepsilon^t_H$ . Entonces, aproximando  $F^t$  por una función de distribución de media cero, la transformación será:

$$(10.b) \quad \hat{\varepsilon}^t_H = \frac{\sigma_{t'}}{\sigma_t} \varepsilon^t_H ,$$

donde  $\sigma_t$  es la desviación estándar del término residual  $\varepsilon^t_H$  en el año  $t$ . Por otro lado, es posible asumir heteroscedasticidad, por tanto, la desviación estándar de los efectos de los no observables puede depender de los observables, esto hace que la estructura de la descomposición sea más complicada. Sin embargo, Bourguignon *et al.* [4] verificaron que ello no modificará las conclusiones generales obtenidas asumiendo heteroscedasticidad.

La distribución para el total de los hogares será la siguiente:

$$D^t_H = \{\dot{Y}^t_{H1}, \dots, \dot{Y}^t_{HN^t}\} \tag{11}$$

<sup>12</sup> Posteriormente en la sección 4 se explica el porque de esta variante en la metodología.

Suponiendo que un cambio en el subconjunto  $k$  entre los periodos  $t$  y  $t'$  altera la distribución del ingreso del hogar *per cápita*, la distribución simulada resultante se puede expresar como:

$$D_H^t(k^{t'}) = \{\dot{Y}_{H1}^t(k^{t'}), \dots, \dot{Y}_{HN^t}^t(k^{t'})\} \quad (12)$$

donde  $\dot{Y}_{Hi}^t(k^{t'})$  denota el ingreso del hogar *per cápita* contrafactual, que surge de reemplazar en (10) el valor  $k^t$  de  $\dot{Y}_{Li}^t$  por  $k^{t'}$  de  $\dot{Y}_{Li}^t(k^{t'})$ . De esta forma, tomando en cuenta el indicador de desigualdad  $T(D)$ , se obtiene el efecto que posee el cambio de  $k^t$  sobre la desigualdad en la distribución del ingreso del hogar *per cápita* de la siguiente forma:

$$T(D_H^t(k^{t'})) - T(D_H^t) \quad (13)$$

Entonces, para el objetivo del presente trabajo, el cambio en la desigualdad de la distribución del ingreso del hogar *per cápita* debido a un cambio en los retornos de la educación de carácter público o privado de los miembros del hogar en  $k^t$  en 1999 a  $k^{t'}$  en 2006, se expresa a partir de la ecuación (13).

Para verificar que el cambio de la desigualdad del ingreso es explicado significativamente por el cambio en los retornos de la educación de carácter público o privado, se realizan *tests* de hipótesis empleando técnicas de simulación que se explican a continuación.

### 3.3 Tests de Hipótesis Bajo Bootstrap

A continuación se realiza una descripción de un *test* de Hipótesis adecuado a los fines del presente trabajo, basada en la teoría de la inferencia estadística y el método de simulación *Bootstrap*.

Un *test* de hipótesis típicamente está conformado por un estadístico y una zona de rechazo. Por un lado, un *estadístico de prueba*  $\tau_n = \tau(x_1, \dots, x_n)$  es una variable aleatoria que consiste en una función determinística de los datos generados por un Proceso Generador Datos (PGD).

Sea  $X$  un vector de dos variables aleatorias, cada una representando los ingresos del hogar *per cápita* en los periodos  $t$  y  $t'$ . Suponiendo que las distribuciones de probabilidad asociadas a cada variable aleatoria son independientes entre sí, de modo que  $F$  puede representarse como un vector de dos funciones de distribución acumulada independientes<sup>13</sup>,  $F^t$  y  $F^{t'}$ . Considerando por último que el vector de parámetros  $K$  sobre el cual se realizará la inferencia viene dado por un indicador de desigualdad  $T$  para los periodos  $t$  y  $t'$ .

La hipótesis nula tendrá la siguiente forma:

$$H_0 : T(D_H^t(k^{t'})) = T(D_H^t)$$

Se considera el estadístico propuesto en la sección anterior, denotando como  $\Delta\hat{T} = \hat{T}(D_H^t(k^{t'})) - \hat{T}(D_H^t)$ , la diferencia entre los indicadores de desigualdad estimados a partir de los datos muestrales. Entonces, el estadístico *studentizado* será:

$$\hat{\tau} = \frac{\Delta\hat{T}}{Se(\Delta\hat{T})} \quad (14)$$

A fin de obtener la distribución del estadístico  $\hat{\tau}$  bajo la hipótesis nula, se parte del hecho de que la distribución del contrafactual bajo  $H_0$ , denotada por  $F_0^{t'}$ , posee la misma desigualdad que la distribución en  $t$ ,  $F_0^t$ . Por tanto, sería posible aproximar ambas distribuciones por medio de la distribución empírica observada en  $t$ ,  $\hat{F}^t$ .

<sup>13</sup> Dado que las ECH no son un panel, puede postularse que las distribuciones de ambos periodos de análisis son independientes entre sí.

Por otro lado, la hipótesis nula se rechaza a favor de la alternativa si el valor observado del estadístico, denotado  $\hat{\tau}_n$ , se ubica dentro de la región de rechazo. Intuitivamente, esta región de rechazo vendrá dada por los valores extremos de la distribución del estadístico, cuando la hipótesis nula es verdadera. Es posible sugerir una definición formal de la misma. Se considera un nivel de significatividad  $\alpha$ , siguiendo a Davidson y ManKinnon [23], la región de rechazo  $Rej(\alpha)$  queda definida implícitamente por la siguiente expresión:

$$\Pr_{H_0} \tau_n \in Rej(\alpha) = \alpha$$

En este contexto, es posible definir el *p-value* ideal como la probabilidad de que bajo la hipótesis nula, el estadístico tome un valor más extremo que el observado. Como se trata de un *test* a dos colas, y dado que la distribución del estadístico cuando  $H_0$  es cierta no tiene por qué ser simétrica, se representa formalmente a este *p-value* (Davidson y ManKinnon [23]) de la siguiente forma:

$$p\text{-}\hat{\tau}_n = 2 \min \Pr_{H_0} \tau_n \leq \hat{\tau}_n, \Pr_{H_0} \tau_n > \hat{\tau}_n \quad (15)$$

Los procedimientos utilizados para realizar todo el ejercicio de inferencia a partir de Horowitz [18] se resume a continuación:

**PROCEDIMIENTO 1:**

- i) Obtener una muestra aleatoria e *i.i.d.* de tamaño  $n$ ,  $x_i^* : i = 1, \dots, n$ , a partir de la distribución  $\hat{F}^t$ , y computar el indicador de desigualdad  $T(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .
- ii) Obtener una muestra aleatoria e *i.i.d.* de tamaño  $n$ ,  $x_i^{**} = 1, \dots, n$  a partir de la distribución  $(x_1^*, \dots, x_n^*)$ , y computar el índice de desigualdad  $T(x_1^{**}, \dots, x_n^{**})$ .
- iii) Computar  $\Delta\hat{T} = T(x_1^{**}, \dots, x_n^{**}) - T(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .
- iv) Replicar los tres pasos anteriores durante  $B_2$  iteraciones, generando muestras con reposición *i.i.d.* obtenidas a partir de la distribución  $(x_1^*, \dots, x_n^*)$ , para calcular  $Se_j^*$  de la distribución resultante.
- v) Computar el estadístico  $\tau_j^* = \tau(x_1^*, \dots, x_n^*)$  según (14).
- vi) Repetir los pasos (iv)-(v) una cantidad  $B$  de iteraciones.

De esta manera se obtiene la distribución del estadístico bajo la hipótesis nula  $\tau_j^*$ ,  $j = 1, \dots, B$ .

Para obtener los valores del estadístico de prueba observado y el *Bootstrap p-value*, se siguen los siguientes pasos:

**PROCEDIMIENTO 2: Método Bootstrap p-value**

- vii) Estimar  $\hat{k}^{t'}$  a partir de la muestra correspondiente al periodo  $t'$ ,  $\hat{F}^{t'}$ . Generar la distribución contrafactual  $D_H^t(\hat{k}^{t'})$  a partir de la muestra disponible en el periodo  $t$ ,  $\hat{F}^t$ .
- viii) Computar los indicadores  $T(D_H^t(\hat{k}^{t'}))$  y  $T(x_1, \dots, x_n)$ , y luego, calcular  $\Delta\hat{T}(k^{t'}) = T(D_H^t(\hat{k}^{t'})) - T(x_1, \dots, x_n)$ .
- ix) Replicar los dos pasos (vii) – (viii) sobre  $B_2$  muestras independientes, obtenidas con reposición a partir de las distribuciones empíricas  $\hat{F}^{t'}$  y  $\hat{F}^t$ . Calcular  $Se(k^{t'})$  de la distribución resultante y computar  $\hat{\tau}_n(k^{t'})$  según la fórmula (14).
- x) Obtener el *Bootstrap p-value*  $\hat{p}(\hat{\tau}_n(k^{t'}))$  a partir de (15) que puede ser aproximada por:

$$p \hat{\tau}_n = 2 \min \left\{ \frac{1}{B} \sum_j^B I \tau_j^* \leq \hat{\tau}_n, \frac{1}{B} \sum_j^B I \tau_j^* > \hat{\tau}_n \right\} \quad (16)$$

Una vez realizado esto, se rechaza  $H_0$  a favor de  $H_1$  si  $\hat{p}(\hat{\tau}_n(k^{t'})) < \alpha$ .

Para comprender mejor los resultados, se explica a continuación una forma alternativa de presentar el *test* de hipótesis. Se siguen todos los pasos del Procedimiento 1 y del Procedimiento 2, a excepción del paso x), que se modifica de la siguiente forma:

- Ordenar el vector de estadísticos  $\hat{\tau}_j, j = 1, \dots, B$  de menor a mayor.
- Determinar los cuantiles inferior y superior según las fórmulas a.1. y a.2. y luego extraer los valores de  $\hat{\tau}_j$  correspondientes a dichos cuantiles, los cuales delimitarán la zona de aceptación y la zona de rechazo.
- Luego, se rechaza la hipótesis nula si  $\hat{\tau}_j(k^{t'}) < \hat{\tau}_{j(\alpha/2)}$  o  $\hat{\tau}_j(k^{t'}) > \hat{\tau}_{j(1-\alpha/2)}$ , y se acepta  $H_0$  si  $\hat{\tau}_{j(\alpha/2)} < \hat{\tau}_j(k^{t'}) < \hat{\tau}_{j(1-\alpha/2)}$ .

### PROCEDIMIENTO 3: Método *Moon*

Davidson y Flachaire [26] sugieren que emplear el método de *Bootstrap* con los indicadores de desigualdad más conocidos puede causar inferencias no precisas aún en muestras muy largas. Los autores encuentran que la causa es la extremada sensibilidad de los indicadores de desigualdad a la naturaleza exacta de la cola alta de la distribución de ingreso. Sugieren emplear un método de *Bootstrap* no estándar, el *Bootstrap m* fuera de  $n$  (en inglés *m out of n*) o *moon*.

Para realizar el *test* de hipótesis siguiendo la metodología *moon*, primero, se debe ordenar el vector de datos maestrales  $X$  de menor a mayor, y eliminar el percentil superior. Luego, se siguen todos los pasos realizados para el método del *Bootstrap p-value*, según los procedimientos 1 y 2.

## 4. RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología planteada en la sección 3. Inicialmente se obtiene el Proceso Generador de Datos a partir de una estimación econométrica y posteriormente se aplican los Procedimientos detallados, en la sección 3, a los ingresos generados.

### 4.1 Resultados: El Proceso Generador de Datos

La obtención de los determinantes del ingreso, se basa en el Modelo de Capital Humano propuesto por Gary Becker [24]. Bajo este enfoque, los ingresos son considerados como una retribución a la inversión en capital humano. Luego, Jacob Mincer [17] plantea una ecuación de salario que se basa en un análisis beneficio – costo, que permite identificar el nivel de educación que maximiza el valor presente del flujo de ingresos laborales futuros.

En el presente trabajo para estimar la ecuación (6) se procede de forma diferente, no se estima una ecuación de ingreso laboral para los miembros del hogar, sino, se procede según la ecuación (10) a estimar el ingreso del hogar *per cápita*. Esta forma de proceder para estimar todo el modelo de generación de ingreso puede introducir algunas desventajas como heteroscedasticidad de los errores, lo que limita las ventajas del método de descomposición presentado. Sin embargo, para el objetivo del presente trabajo se requiere obtener la relación de la calidad en la educación pública vs privada. Lo ideal sería obtener una ecuación que relacione el ingreso laboral individual con el carácter público o privado de la educación que recibió la persona, esto no puede ser posible ya que las bases de datos empleadas<sup>14</sup> no cuentan con información necesaria. Lamentablemente, en las Encuestas de Hogares el

<sup>14</sup> Para la aplicación de los modelos planteados, se emplean las Encuestas de Hogares “Mejora de Encuestas y Condiciones de Vida de la Población” (MECOVI), realizadas en los meses de noviembre y diciembre de 1999 y 2006. Las encuestas tienen cobertura nacional y tiene la ventaja de incluir varias definiciones de ingresos (incluyendo ingresos no monetarios).

carácter público o privado de la educación sólo está disponible para las personas que están inscritas en algún centro educativo al momento de realizarse la encuesta, por tanto no existe información para aquellas personas que no están matriculadas en algún centro educativo.

Entonces, para relacionar el ingreso con el carácter público o privado de la educación la estrategia empleada fue estimar el ingreso *per cápita* del hogar para el jefe de hogar urbano y no el ingreso laboral individual. De esta forma, se puede construir la variable *hijos en educación privada* (alternativamente *hijos en educación pública*), esta variable tiene el valor de 1 si el jefe del hogar tiene hijos en educación privada y el valor de 0 en otro caso (alternativamente la variable *hijos en educación pública* adquiere el valor 1 si el jefe del hogar tiene hijos en educación pública y 0 en otro caso). A partir de estas variables, se puede observar cómo evolucionan los retornos de la educación de hogares con hijos ya sea en educación pública o privada entre 1999 y 2006<sup>15</sup>.

Para la estimación de la ecuación de ingreso del hogar, se emplea como variable dependiente la variable ingreso del hogar *per cápita* en logaritmo y como variables independientes algunas variables que explican características individuales del jefe de hogar como la variable *número de hijos*, *edad*, *escolaridad* que obtiene el valor 0 si el jefe de hogar no tiene educación, el valor de 1 cuando tiene educación primaria completa, 2 si tiene educación secundaria completa y 3 si tiene educación técnica o superior. También se incluyen variables que caractericen la actividad principal del jefe de hogar como la variable *asalariado*, esta obtiene el valor 1 si es empleado, socio o empleador con remuneración y 0 en otro caso (cuenta propio, empleado sin remuneración, etc.). Finalmente, se introdujeron variables que capturen la heterogeneidad “geográfica” de la muestra como *altiplano*, *valles* y *oriente*.

Otras variables fueron incluidas en el modelo, sin embargo, no resultaron significativas como el caso de la *experiencia*, la *etnia del jefe* y el *sexo* del individuo. Los modelos estimados para el ingreso *per cápita* del hogar para los jefes de área urbana en 1999 y 2006 son presentados en las tablas 2 y 3.

**Tabla 2 – DETERMINANTES DEL INGRESO DEL HOGAR PER CÁPITA EN 1999**

Número de Obs.	1681
F( 7, 1673)	104.35
Prob > F	0.000
R – cuadrado	0.275

	Coefficiente	Error estándar	t	P> t	[Intervalo de	Confianza 95%]
Hijos en educación privada	0.260	0.064	4.02	0.000	0.133	0.387
Número de hijos	-0.236	0.017	-13.63	0.000	-0.270	-0.202
Edad	0.008	0.001	4.33	0.000	0.004	0.012
Escolaridad	0.333	0.028	11.79	0.000	0.277	0.388
Asalariado	0.302	0.048	6.29	0.000	0.208	0.396
Valles	0.331	0.057	5.80	0.000	0.219	0.443
Oriente	0.533	0.056	9.52	0.000	0.423	0.643
Constante	4.520	0.148	30.39	0.000	4.229	4.812

**Nota:** La estimación fue realizada con datos de la Encuesta de Hogares 1999, para jefes de hogar del área urbana.

**Tabla 3 – DETERMINANTES DEL INGRESO DEL HOGAR PER CÁPITA EN 2006**

Número de Obs.	2783
F( 7, 1673)	149.78
Prob > F	0.000
R – cuadrado	0.290

	Coefficiente	Error estándar	t	P> t	[Intervalo de	Confianza 95%]
Hijos en educación privada	0.314	0.046	6.79	0.000	0.223	0.405
Número de hijos	-0.136	0.009	-14.55	0.000	-0.154	-0.118
Edad	0.015	0.001	10.73	0.000	0.012	0.018

<sup>15</sup> En ambas Encuestas de Hogares existen porcentajes bastante bajos de hogares con hijos en educación pública y privada a la vez, se optó por asignar el valor 1 a la variable *hijos en educación privada* si en el hogar prevalecen los hijos en educación privada, de forma análoga con la variable *hijos en educación pública*.



Escolaridad	0.404	0.022	18.25	0.000	0.360	0.447
Asalariado	0.296	0.033	8.71	0.000	0.229	0.362
Valles	0.418	0.041	10.11	0.000	0.337	0.499
Oriente	0.496	0.042	11.81	0.000	0.414	0.579
Constante	4.237	0.107	39.38	0.000	4.026	4.448

**Nota:** La estimación fue realizada con datos de la Encuesta de Hogares 1999, para jefes de hogar del área urbana.

Los resultados de la estimación, tablas 2 y 3, muestran que los coeficientes obtenidos para ambos períodos, asumen los signos esperados y todos son significativos al 95% de confianza. Los resultados muestran que la variable de interés *hijos en educación privada* es significativa y se tiene que el ingreso *per cápita* del hogar para el jefe se incrementa cuando tiene hijos con educación privada. Se debe resaltar que los retornos para los jefes de hogar con hijos en educación privada se incrementaron entre 1999 y 2006, es este hecho el que será sujeto de análisis en la sección siguiente con el fin de verificar que este cambio contribuyó significativamente al incremento de la desigualdad entre 1999 y 2006<sup>16</sup>.

También se observa que por cada hijo adicional que tiene el jefe de hogar, su ingreso se ve reducido. El ingreso se incrementa con la edad, al igual que con los retornos de la educación que se incrementan significativamente con la acumulación de capital humano (años de educación – *escolaridad*). Un jefe de hogar asalariado tendrá mayores retornos que el no serlo.

Por último, se consideran otras características como la ubicación geográfica, encontrarse en los valles (Cochabamba, Sucre o Tarija) o en el oriente (Santa Cruz, Beni o Pando) le reporta al jefe de hogar un mayor ingreso que encontrarse en el Altiplano (La Paz, Oruro o Potosí).

#### 4.2 Resultados: Test de Hipótesis bajo *Bootstrap*

A continuación se presentan los resultados obtenidos del *test* de hipótesis para verificar si es significativo o no el incremento en el tiempo de la desigualdad, generado por las diferencias en los retornos de la educación pública y privada.

De la metodología planteada en la sección 3.2, se debe buscar un indicador de desigualdad que permita realizar inferencia bajo *Bootstrap*, ya que ésta está influida por el indicador utilizado en la construcción de los estadísticos de prueba, Moran [22].

Idealmente, *Bootstrap* genera un *test exacto*, en el sentido de que la verdadera probabilidad con que se comete un error de Tipo I es la misma que la postulada nominalmente,  $\alpha$ , cuando el estadístico es pivotal. Esto es así debido a que el estadístico de prueba observado,  $\hat{\tau}_n$ , y cada estadístico  $\tau_j^*$ , computado a partir de las  $B$  muestras independientes generadas de la distribución empírica, son realizaciones independientes de la misma distribución, sujeto a que el verdadero PGD, sobre el cual se estimó  $\hat{\tau}_n$ , también satisface la hipótesis nula. (Davidson y MacKinnon, [25]).

Todos los índices de desigualdad son asintóticamente pivotaes, excepto el coeficiente de *Gini*. Para los fines del presente trabajo se empleó el índice de desigualdad de *Theil*. A continuación se presentan los resultados del test de hipótesis bajo *Bootstrap* realizado<sup>17</sup>.

**TABLA 4 – Resultados del Test de Hipótesis Bootstrap *p-value***

Variación en Beta entre $t$ y $t'$	Valor Crítico $\hat{\tau}_n$	<i>Bootstrap p-value</i> $\hat{p}(\hat{\tau}_n)$
0.054	0.14682491 (0.01801511)	0.0045

<sup>16</sup> La metodología basada en el análisis contrafactual supone que las dos encuestas consideradas son las mismas y que sólo difieren en el tiempo de su levantamiento; si este no fuera el caso, entonces, las diferencias observadas podrían estar reflejando sólo diferencias entre las encuestas y no a la brecha entre la educación privada-pública. En el presente trabajo se realizaron las estimaciones para la ecuación (6) entre 1999 y los años 2003, 2005, 2006 e incluso 2007 y los resultados o las diferencias entre la estimación de la brecha de educación se va ampliando levemente en el tiempo, estas diferencias se encuentran en torno a la brecha entre 1999-2006. Por tanto los diferentes diseños muestrales no parecen presentar un problema mayor, ya que para diferentes diseños muestrales los resultados son similares.

<sup>17</sup> Se realizaron  $B = 3500$  y  $B_2 = 1000$  simulaciones.

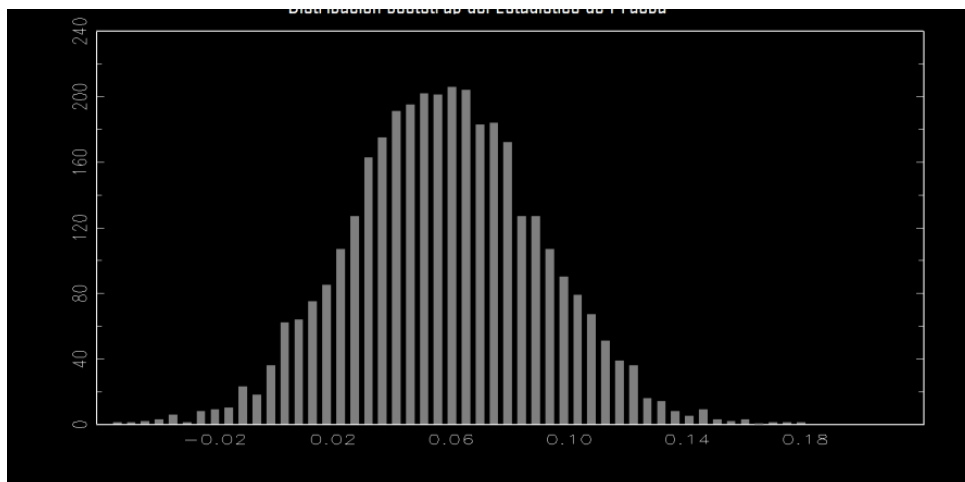
A partir del  $\hat{\tau}_n$  obtenido, la hipótesis nula es rechazada con un nivel de confianza de 5%. Como se observa en la tabla 4, el *Bootstrap p-value*  $\hat{p}(\hat{\tau}_n(k^{t'})) = 0.0045 < \alpha$ , por tanto es significativo el incremento en el tiempo de la desigualdad, generado por las diferencias en los retornos de la educación pública y privada.

Efectivamente, en la figura 18 se presenta la distribución *Bootstrap* del estadístico de prueba  $\hat{\tau}_j$  y en la tabla 5 se encuentran los límites de la zona de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula. Ordenando de menor a mayor los  $\hat{\tau}_j$  obtenidos se tiene que el estadístico de prueba  $\tau_n$  se encuentra en la posición 3.492, que es superior al límite superior de la zona de aceptación, donde la hipótesis nula es rechazada.

**Tabla 5 – RESULTADOS DEL TEST DE HIPÓTESIS BOOTSRAP P-VALUE**

	Posición de $\hat{\tau}_j$	Estadístico bajo Hipótesis Nula ( $\hat{\tau}_j$ )
Límite inferior de la zona de aceptación	88	-0.00676263
Límite superior de la zona de aceptación	3.413	0.11696426
Posición del estadístico de Prueba ( $\hat{\tau}_n$ )	3.492	0.14517865

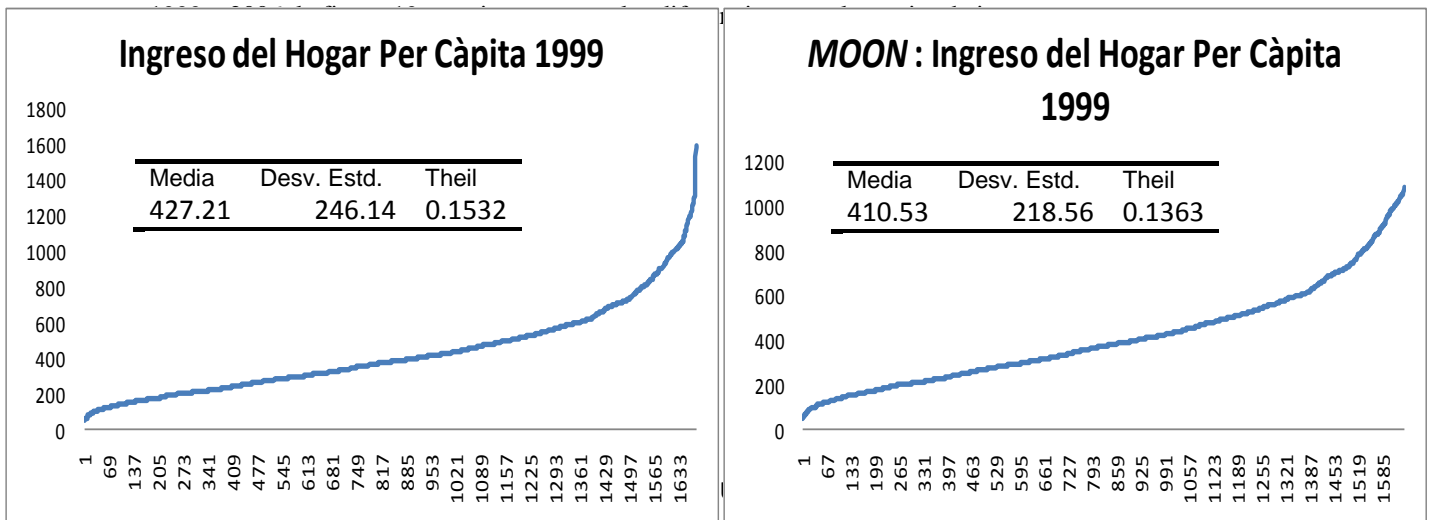
**Nota:** Considerar que el valor crítico  $\hat{\tau}_n$  (0.14692491) se encuentra entre las posiciones 3.492 (0.14517865) y 3.493 (0.1470796).



**Figura 18 – Histogramas de la Distribución Bootstrap del Estadístico de Prueba**

**4.3 Resultados: Test de Hipótesis bajo Bootstrap empleando metodología Moon**

A partir del método planteado por Davidson y Flachaire [26] se extraen los percentiles de mayor ingreso para



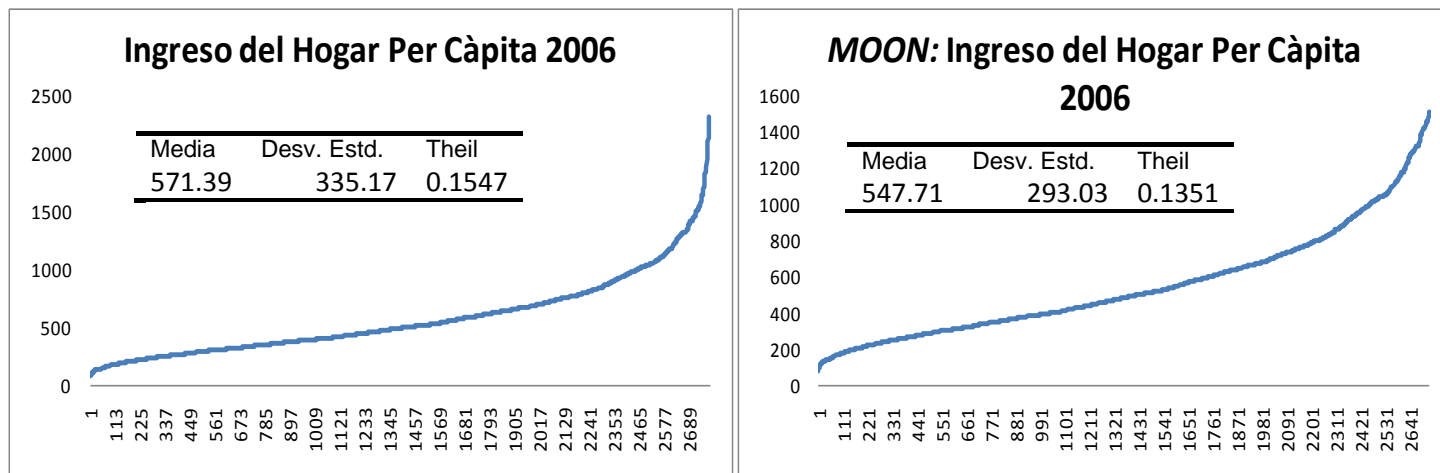


Figura 19 – Ingreso del Hogar Per Càpita en 1999 y 2006: menos 2 percentiles (en Bolivianos)

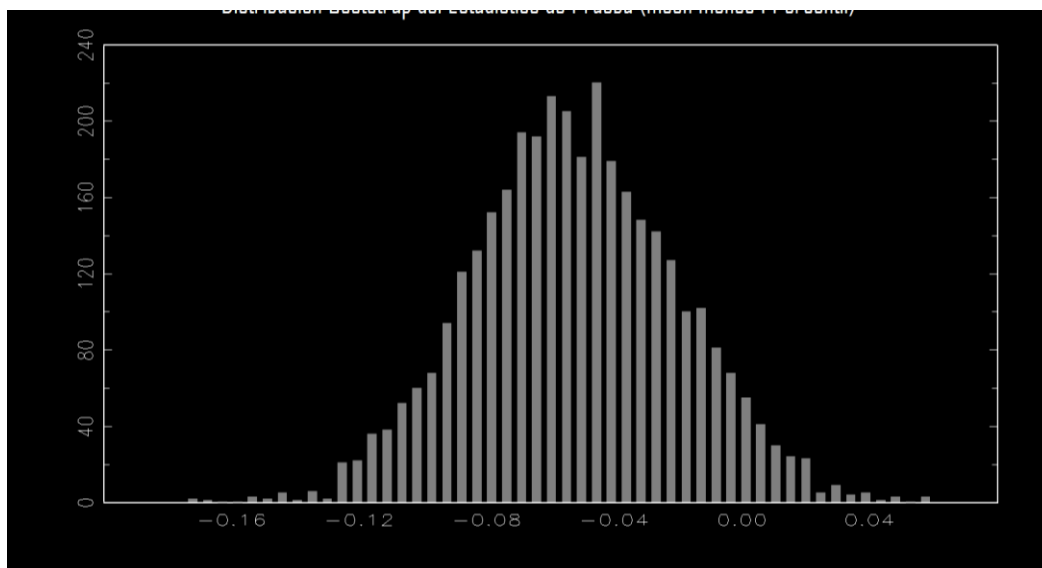
De la figura 19 se puede observar que el extraer los dos últimos percentiles de la cola superior del ingreso ocasiona una menor desigualdad en la distribución del ingreso. En la tabla 16 se observan los resultados de realizar el *test* de hipótesis con la método *moon*.

Tabla 6 – RESULTADOS DEL TEST DE HIPÓTESIS BOOTSRAP P-VALUE: MÉTODO MOON

Estimaciones <i>moon</i>	Valor Crítico $\hat{\tau}_n$	Bootstrap p-value $\hat{p}(\hat{\tau}_n)$
<i>Moon</i> menos 1 Percentil	0.15821426 (0.01679789)	0.00000000
<i>Moon</i> menos 2 Percentiles	0.11912921 (0.01585293)	0.00000000

Los resultados son interesantes, ya que al igual que en el caso estándar, la hipótesis nula también se rechaza ya sea aplicando el método *moon* menos 1 percentil o menos 2 percentiles. Con el método estándar la hipótesis nula se rechaza ya que se incrementa significativamente la desigualdad generada por las diferencias de los retornos de educación el 2006 respecto a 1999. Con el método *moon* la hipótesis nula también es rechazada porque la desigualdad del ingreso se reduce el 2006 comparada con la de 1999. Este hecho se puede observar en la figura 20, donde la mayor parte de la distribución del estadístico de prueba  $\hat{\tau}_j$  es negativa, esto se debe a que quitar los percentiles más altos de ambas series hace que la desigualdad sea más alta en 1999 que en 2006<sup>18</sup>.

<sup>18</sup> Debe recordarse que el numerador de la ecuación de  $\hat{\tau}_j$  (14),  $\Delta \hat{T} = \hat{T}(D_H^t(k^t)) - \hat{T}(D_H^t)$  si es mayor a cero muestra mayor desigualdad en la distribución del ingreso el 2006, en el caso contrario muestra mayor desigualdad en los ingresos en 1999.



**Figura 20** – Histogramas de la Distribución *Bootstrap* del Estadístico de Prueba (*moon* menos 1 percentil)

De lo anterior se deduce que los más beneficiados en el tiempo en términos de ingreso, son las familias ubicadas en los percentiles más altos de la distribución del ingreso que tienen hijos en educación privada y que en realidad son los que pueden tener mayor acceso a este tipo de educación.

## 5. CONCLUSIONES

En Bolivia, al igual que en gran parte de los países de Latino América, la educación pública representa la mayor parte del servicio de educación ofrecido, existen aproximadamente 9 veces más niños en educación pública que en la educación privada. Por otro lado, se pueden observar diferencias entre ambos tipos de educación: en cobertura, rendimiento, infraestructura y docentes.

Las diferencias se hacen marcadas cuando se observa por área geográfica. Las tasas de cobertura en la educación están llegando casi al 100%, en menor proporción en la educación pública rural, sin embargo, el reto del sistema educativo es el de mantener y conseguir que los alumnos terminen todos los niveles de educación.

En cuanto al rendimiento en los últimos años ha habido mejoras, sin embargo, la tasa de abandono es mayor en los establecimientos públicos que en los privados, y mayor aún en áreas rurales. La tasa de reprobación sigue el comportamiento del anterior indicador, las mayores tasas de repetición se presentan en los establecimientos públicos y rurales.

En la infraestructura en los últimos años se da una tendencia creciente en el número de unidades educativas, alcanzando casi 15 mil el año 2005, de las cuales el 76% son establecimientos públicos rurales; se tiene que por cada tres unidades educativas rurales existía una urbana. Se puede observar también que las unidades educativas privadas son sobre todo urbanas y para el año 2005, existían 854 unidades privadas urbanas en comparación a 75 unidades privadas rurales.

Aunque el salario docente puede ser un factor importante en las diferencias entre los establecimientos públicos y privados, Vera [28], concluye en su trabajo que lo relevante en el desempeño de los alumnos es la información del docente. La experiencia del docente influye positivamente sobre el desempeño de los niños, sin embargo, al incrementarse el número de alumnos por docente el rendimiento del alumno se reduce, ello explica en parte la mayor eficiencia de los establecimientos privados<sup>19</sup>.

Finalmente, el año 2001 se realizó una Prueba de Aptitud Académica, los resultados muestran que sólo cerca de un tercio de los jóvenes tienen un nivel alto en vocabulario y sintaxis, un poco menos de la mitad en comprensión de lectura. En matemáticas la situación empeora, pues sólo un tercio de los alumnos tiene rendimiento alto en geometría y menos de un tercio en aritmética, álgebra y estadística aplicada (Ministerio de Educación [4]).

<sup>19</sup> Ver Vera [28].

Aunque no se tienen los resultados por educación pública y privada, en el país la educación tanto pública como privada aún tiene muchos retos en cuanto a calidad.

Del análisis anterior se puede concluir que existen desigualdades entre las condiciones de educación pública y privada. Empleando un *test* de hipótesis bajo *Bootstrap* se verifica que es significativo el incremento en el tiempo de la desigualdad de ingresos en el país, generado por las diferencias en los retornos de la educación pública y privada.

Adicionalmente, se observó una sensibilidad del indicador de desigualdad empleado, el *índice de Theil*, a los percentiles superiores de la distribución de ingresos, por ello se emplea el método de inferencia *Bootstrap* no estándar *Moon*, los resultados muestran que los más beneficiados en el tiempo en términos de ingreso de la educación, son las familias ubicadas en los percentiles más altos de la distribución del ingreso que tienen hijos en educación privada y que en realidad son los que pueden tener mayor acceso a este tipo de educación.

Una lectura de conjunto de los resultados específicos de este trabajo y la situación en Latinoamérica de la educación escolar pública y privada, tiene dos componentes. Por una parte, el país ha avanzado mucho en tema de cobertura escolar. Por otra parte, existen señales serias respecto a que la calidad de la educación escolar en el país debe ser mejorada, tanto en las escuelas públicas como privadas (Ministerio de Educación [4]) y, de acuerdo a los resultados de este estudio, la calidad de la educación pública debe ser mejorada en mayor grado, de modo que a futuro los retornos de dicha educación sean similares o próximos a los de la educación privada. La diferencia en términos de retornos entre educación pública y privada, según este estudio, se ha incrementado, lo que refleja una mayor desigualdad y también la urgente necesidad de re-evaluar la calidad de la educación escolar pública.

## 6. RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración de Ahmed Eid en la elaboración del presente artículo, sobre todo en la enorme cantidad de horas dedicadas a la elaboración de los programas computacionales y el análisis de la información.

## 7. REFERENCIAS

- [1] CEPAL, Panorama Social de América Latina, Santiago de Chile – Chile, (2007).
- [2] INE, Anuario Estadístico, La Paz – Bolivia, (2007)
- [3] Institute of Social Studies, Análisis costo-efectividad para la educación primaria en Bolivia: Hacia una gestión por resultados, Holanda, (2005).
- [4] Ministerio de Educación, La educación en Bolivia: Indicadores, cifras y resultados, La Paz – Bolivia, (2004).
- [5] PNUD, Niños, niñas y adolescentes en Bolivia: 4 millones de actores del desarrollo, La Paz – Bolivia, (2006).
- [6] UDAPE, Objetivos de desarrollo del Milenio en Bolivia, Quinto informe de progreso 2008, La Paz – Bolivia, (2008).
- [7] UDAPE – UNICEF, Inversión social en la niñez y adolescencia: un análisis del gasto público social en niveles subnacionales, La Paz – Bolivia, 2008
- [8] UNESCO, Una mirada al interior de las escuelas primarias: Estudio comparativo realizado en el marco del proyecto de indicadores mundiales de educación, Montreal – Québec, (2008).
- [9] UNESCO – PRIE, Panorama educativo 2007: desafíos alcanzados y por alcanzar, Santiago de Chile, Chile, (2007).
- [10] F. Bourguignon, M. Fournier, y M. Gurgand, *Fast Development with a Stable Income Distribution: Taiwan 1979-1994*, Review of Income and Wealth, Serie 47, No. 2, (2001), pp.139-163.
- [11] F. Bourguignon, M. Fournier y M. Gurgand, *Selection Bias Correction Based on the Multinomial Logit Model*, Document de travail du CREST, N°2002-04, Paris, (2002).
- [12] F. Bourguignon, F. Ferreira, y N. Lustig, *The Microeconomics of Income Distribution Dynamics in East Asia and Latin America*, World Bank and Oxford University Press, (2004).
- [13] F. Bourguignon, A. Robillard, S. Robinson, *Crisis and Income Distribution: A Micro Macro Model for Indonesia*, The World Bank, Mimeo, (2004).
- [14] F. Bourguignon, A. Spadaro, *Microsimulation as a Tool for Evaluate Redistribution Policies*, Paris-Jourdan Sciences Economiques, Working Paper, (2005).

- [15] R. Gonzales y A. Menendez, *The Effect of Unemployment on Labor Earnings Inequality: Argentina in the Nineties*, Mimeo, CEDES, Univ. de Palermo, Buenos Aires, Argentina, (2000).
- [16] L. Gasparini, M. Marchionni, y W. Sosa, *Characterization of Inequality Changes through Microeconomic Decompositions: The case of greater Buenos Aires*, Mimeo, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina, (2003).
- [17] L. Gasparini, M. Cicowiez, F. Gutiérrez y M. Marchionni, *Simulating Income Distribution Changes in Bolivia a Microeconomic Approach*, CEDLAS, Documento de Trabajo No. 12, (2004).
- [18] J. Horowitz, *The Bootstrap*, en Heckman, J. y E. Leamer, *Handbook of Econometrics*, Vol. 5, (2006).
- [19] J. Mincer, *Schooling Experience and Earnings*, Columbia University Press, New York, (1974).
- [20] R. Paes de Barros, E. Gamuza, L. Taylor, R. Vos, *Liberalización, Desigualdad y Pobreza: America Latina y el Caribe en los 90*, PNUD y EUDEBA, (2001).
- [21] N. Parlamento, E. Salinardi, *Explicando los Cambios en la Desigualdad: Son Estadísticamente Significativas la Microsimulaciones? Una Aplicación para el Gran Buenos Aire*, CEDLAS, Documento de Trabajo No. 33, (2006).
- [22] T. Moran. *Bootstrapping the LIS: Statistical Inference and Patterns of Inequality in the Global North*. Luxembourg Income Study, Working Paper N° 378. Syracuse University, (2005).
- [23] R. Davidson, y J. MacKinnon. *Bootstrap Methods in Econometrics*. 2004.
- [24] G. Becker, *A Theory of Allocation of Time*, *Economic Journal*, (1975).
- [25] R. Davidson, y J. MacKinnon. *Bootstrap Methods in Econometric*?. 2004.
- [26] R. Davidson, y E. Flachaire. *Asymptotic and Bootstrap Inference for Inequality and Poverty Measures*. 2005.
- [27] INE, *Salarios, remuneración y promedios salariales del sector privado, 1997 – 2007*, La Paz – Bolivia, (2008).
- [28] M. Vera. *Efectividad relativa de los colegios privados y fiscales en Bolivia*, 1999.