

UN NUEVO ENFOQUE PARA EL CÁLCULO DE COLUMNAS CONFINADAS DE HORMIGÓN DE ALTA RESISTENCIA UTILIZANDO EL MÉTODO GENERAL

A NEW APPROACH FOR DESIGN OF CONFINED HIGH STRENGTH CONCRETE COLUMNS USING THE GENERAL METHOD

Francisco Aguirre Torrico

Centro de Investigaciones en Materiales y Obras Civiles - CIMOC

Universidad Privada Boliviana

faguirre@upb.edu

(Recibido el 01 de octubre 2012, aceptado para publicación el 07 de diciembre 2012)

RESUMEN

Con el creciente aumento del uso de hormigones de alta resistencia (HAR) en las edificaciones y otras obras civiles, es necesario considerar en el cálculo de los elementos estructurales, modelos matemáticos más realistas. En este trabajo se analizó columnas esbeltas sujetas a flexión compuesta, empleando algoritmos que consideran la no linealidad geométrica y física. La no linealidad geométrica está asociada a la curvatura provocada por efectos de segunda orden. La no linealidad física se considera en base al diagrama esfuerzo normal-momento-curvatura, obtenido a partir de las condiciones de equilibrio, compatibilidad de deformaciones y relaciones constitutivas aplicadas al procedimiento del Método General. El Método General, propuesto por el CEB/FIP [1], es lo más exacto para estudiar una estructura de hormigón armado y verifica que pueda existir ruptura del material o inestabilidad del elemento. En este trabajo se han elaborado gráficas de dimensionamiento de esfuerzo axial-momento para columnas de HAR para diversas esbelteces con curvatura simple y simétrica, que fueron ajustadas al dimensionamiento de columnas con curvatura simple o reversa. Con el uso de estas gráficas, el Método General deja de ser un método de verificación y se convierte en un método de dimensionamiento. Debido a la inherente fragilidad del HAR, en las propiedades de los materiales se incluyó el efecto del confinamiento producido por la armadura transversal. Para la obtención de la resultante del hormigón comprimido fue realizada la integración numérica de diagramas tensión-deformación específica más realistas. Los resultados mostraron que considerando el confinamiento se obtiene mayor economía en los materiales, especialmente en columnas sin esbeltez.

ABSTRACT

With the continued increase in the use of High-Strength Concretes (HSC) in buildings and other structures, accurate and detailed mathematical modeling is becoming essential for the design of structural and load-bearing elements. In this work slender columns subject to combined bending and axial loads are analyzed using geometric and material nonlinear algorithms. Geometric nonlinearity is associated with curvature caused by second order effects. Material nonlinearity is analyzed according to the axial load-moment-curvature diagrams obtained from the equilibrium conditions and the strain compatibility and constitutive relations applied to the General Method (GM) procedure. The GM proposed by [1], known to be the most accurate method of analyzing reinforced concrete, can predict the material failure or instability of a structural element occur. This research presents axial load-moment interaction curves for hinged HSC columns with symmetrical single curvature for different slenderness ratios. It can be applied to simple or reverse column curvature bending design. Through the use of these design charts, the GM procedure moves beyond being a verification method to being a design tool. Because of the inherent fragility of HSC, the confinement action produced by transversal stirrups is included in the mechanical properties of the materials. More accurate stress-strain curves are integrated numerically to obtain the compressed concrete resulting force. The results show that when the confinement effect is taken into account material costs are lowered, especially for non-slender columns.

Palabras Clave: Columnas, Hormigón de Alta Resistencia, Método General, Confinamiento, Curvas de Dimensionamiento.

Keywords: Columns, High Strength Concrete, General Method, Confinement, Design Charts.

1. INTRODUCCIÓN

Existen procedimientos bastante confiables para el cálculo de columnas de hormigón armado, pero al considerar columnas esbeltas de hormigón de alta resistencia (HAR), son necesarios métodos que permitan reproducir los resultados de laboratorio con precisión, porque el HAR es un material de comportamiento diferente y frágil, y debido a que existe una disminución en sus dimensiones las columnas tienden a tener mayor esbeltez.

Considerando esfuerzos que provocan tensiones normales, una columna de hormigón armado puede llegar a presentar una falla debido a dos causas, por agotamiento de su sección transversal o por pérdida de estabilidad. En este trabajo se

considera la falla por agotamiento cuando el hormigón comprimido aplasta y/o ocurre una deformación plástica excesiva de las armaduras longitudinales, y por inestabilidad, cuando después de un pequeño aumento de la fuerza axial, resulta un desplazamiento adicional de modo que la columna no es capaz de movilizar esfuerzos resistentes suficientes para absorber los esfuerzos solicitantes, que es cuando la fuerza axial alcanza su valor crítico y el equilibrio se vuelve inestable.

La ductilidad permite que la columna pueda deformarse inelásticamente sin perder de modo brusco su capacidad resistente. En el caso de columnas de HAR, la falta de ductilidad es uno de los principales problemas y para tratarlo es necesario estudiar el efecto del confinamiento que puede ser producido por la armadura transversal y que, al mismo tiempo, aumenta la resistencia del núcleo de la sección transversal.

Los efectos locales de segundo orden son los que se suman a los obtenidos del análisis global. Para la determinación de los efectos locales, existen métodos simplificados que son normalmente utilizados para esbelteces mecánicas menores a 100, para esbelteces mayores se debe emplear métodos exactos. Para este trabajo, se utilizó el Método General propuesto por el CEB/FIP [1], que es de lo más riguroso para estudiar el comportamiento de una estructura de hormigón armado, este método es el más adecuado para columnas esbeltas de cualquier esbeltez. Utilizando este método, se elaboraron curvas de dimensionamiento esfuerzo axial-momento para diversas esbelteces, facilitando el dimensionamiento de columnas de HAR.

2. PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HORMIGÓN DE ALTA RESISTENCIA CONFINADO

Se incluyó el efecto del confinamiento a través de la armadura transversal, mejorando de esta manera el comportamiento frágil de HAR. El confinamiento ocurre cuando, debido al efecto de Poisson, el hormigón deforma lateralmente y se apoya en la armadura transversal, ésta provoca una reacción lateral que puede ser llamada de presión de confinamiento. Este comportamiento es más efectivo cuando el hormigón está siendo solicitado cerca de su resistencia máxima y la cuantía de armadura transversal es elevada, lo que provoca una presión de confinamiento elevada. Según Ansary *et al.* [2] debe ser utilizada una expresión no lineal para calcular el efecto del confinamiento. Mayor deformación lateral se tiene en los hormigones convencionales, entonces el efecto de confinamiento es más eficaz. El efecto del confinamiento será el propuesto por los procedimientos de Légeron *et al.* [3], en los cuales las principales variables son la cuantía de armadura transversal, la distribución espacial de la armadura longitudinal y transversal, la resistencia del hormigón y la resistencia de la armadura transversal. La ecuación (1) determina la forma de la curva tensión-deformación específica del hormigón confinado.

$$\sigma(\varepsilon_{cc}) = \sigma_R(\varepsilon_{cc}) * f_{cc} \quad (1)$$

donde, f_{cc} es la resistencia del hormigón del núcleo sujeto a un estado triaxial de tensiones (resistencia del hormigón confinado), ε_{cc} es la deformación específica del hormigón confinado y $\sigma(\varepsilon_{cc})$ es la expresión de la forma del diagrama, ecuaciones 2 y 3.

La ecuación (2) corresponde al tramo ascendente y la ecuación (3) al ramo descendente de la curva tensión-deformación específica del hormigón confinado.

$$\sigma_{asc}(\varepsilon_{cc}) = \frac{k_0 * \frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc1}}}{k_0 - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc1}}\right)^{k_0}} \quad (2)$$

$$\sigma_{desc}(\varepsilon_{cc}) = \exp(k_1 * (\varepsilon_{cc} - \varepsilon_{cc1})^{k_2}) \quad (3)$$

En la ecuación (2), k_0 controla la inclinación del tramo ascendente y k_1 y k_2 , de la ecuación (3), del ramo descendente (para sus expresiones ver Légeron, F., *et al.* [3]) y fueron ajustados para que pase por el punto igual al 50% del tramo descendente del diagrama tensión-deformación confinado, este valor depende de la deformación específica del hormigón no confinado para el mismo porcentaje. Para la forma del diagrama tensión-deformación del hormigón no confinado, fue adoptado del CEB Bulletin 228 [4] por ser el que más se aproxima de los ensayos de laboratorio.

El valor de la deformación específica correspondiente al pico de la curva ε_{cc1} , y el valor correspondiente a la deformación específica última ε_{ccu1} , ambos del hormigón confinado, fueron tomados del EUROCODIGO 2 [5], por ser la única norma que especifica estos valores, pero no establece el modelo para calcular la presión de confinamiento, para éste se adoptó el procedimiento de Légeron *et al.* [3]. Las expresiones de estas deformaciones específicas del hormigón confinado se encuentran en las ecuaciones (4) y (5).

$$\varepsilon_{cc1} = \varepsilon_{c1} \left(\frac{f_{cm_con}}{f_{cm}} \right)^2 \quad (4)$$

$$\varepsilon_{ccu1} = \varepsilon_{cu1} + 0,2 \times \frac{\sigma_{con_e}}{f_{cm}} \quad (5)$$

donde, $\varepsilon_{c1} = 0,7 \times (f_{cm})^{0,31} < 2,8\%$ es la deformación específica correspondiente a la tensión pico del hormigón no confinado y $\varepsilon_{cu1} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$ su deformación específica última; $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$ es la tensión media del hormigón no confinado y del EUROCODE 2 [5] se obtiene la tensión media del hormigón confinado, f_{cm_con} ; σ_{con_e} es la presión de confinamiento efectiva actuando en una sección entre estribos en el núcleo del hormigón, cuya expresión es:

$$\sigma_{con_e} = K_e \times \frac{\sigma_{sw}}{2 \times sep} \times \left(\frac{A_{swx}}{nc_x} + \frac{A_{swy}}{nc_y} \right) \quad (6)$$

donde, K_e es el coeficiente efectivo de confinamiento geométrico obtenido de Légeron, F., *et al.* [3]; σ_{sw} es la tensión de trabajo de la armadura transversal obtenida de Légeron, F., *et al.* [3]; sep es la separación entre estribos; y A_{swx} y A_{swy} son las áreas totales de armadura transversal en dirección x e y (para el caso de estribos cerrados de dos ramas es el doble del área de la sección transversal de una ramadel estribo y para el caso de la Figura 2 es 3,41 veces el área de una rama).

Las expresiones de estos parámetros se encuentran en la norma y trabajo mencionados anteriormente. Para elaborar la rutina fueron modificados algunos parámetros e incluidos factores de ponderación para considerar el criterio del dimensionamiento. La Figura 1 muestra los parámetros de deformación específica para un hormigón confinado y no confinado.

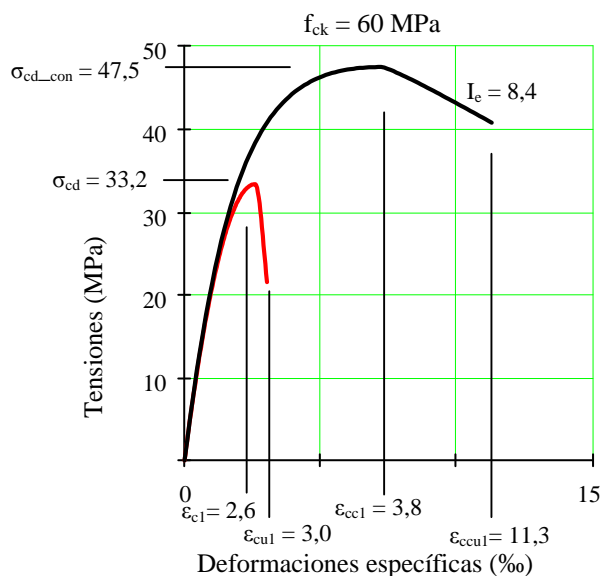


Figura 1 – Diagramas tensión-deformación específica de un hormigón confinado y no confinado con sus parámetros de deformación.

En Cusson *et al.* [6] se presenta una clasificación del confinamiento en función al índice efectivo de confinamiento I_e , ecuación (7).

$$I_e = \frac{\sigma_{con_e}}{\sigma_{cd}} \quad (7)$$

donde, σ_{cd} es la resistencia de cálculo del hormigón que incluye en factor de cansancio de 0,85 y el factor de ponderación de 1,531(CEB Bulletin 228 [4]).

En función al valor de I_e , se tiene: Pequeño grado de confinamiento para $I_e < 5\%$, mediano grado de confinamiento para $5\% < I_e < 20\%$ y alto grado de confinamiento para $I_e > 20\%$. La resistencia del núcleo de la sección confinada $\sigma_{cd_con} = \sigma_{cd} [1 + 2,4 \times I_e^{0,7}]$ está considerada en función al valor del índice de confinamiento efectivo. En la Figura 2 se puede observar un HAR con distintos grados de confinamiento y sus parámetros más significativos.

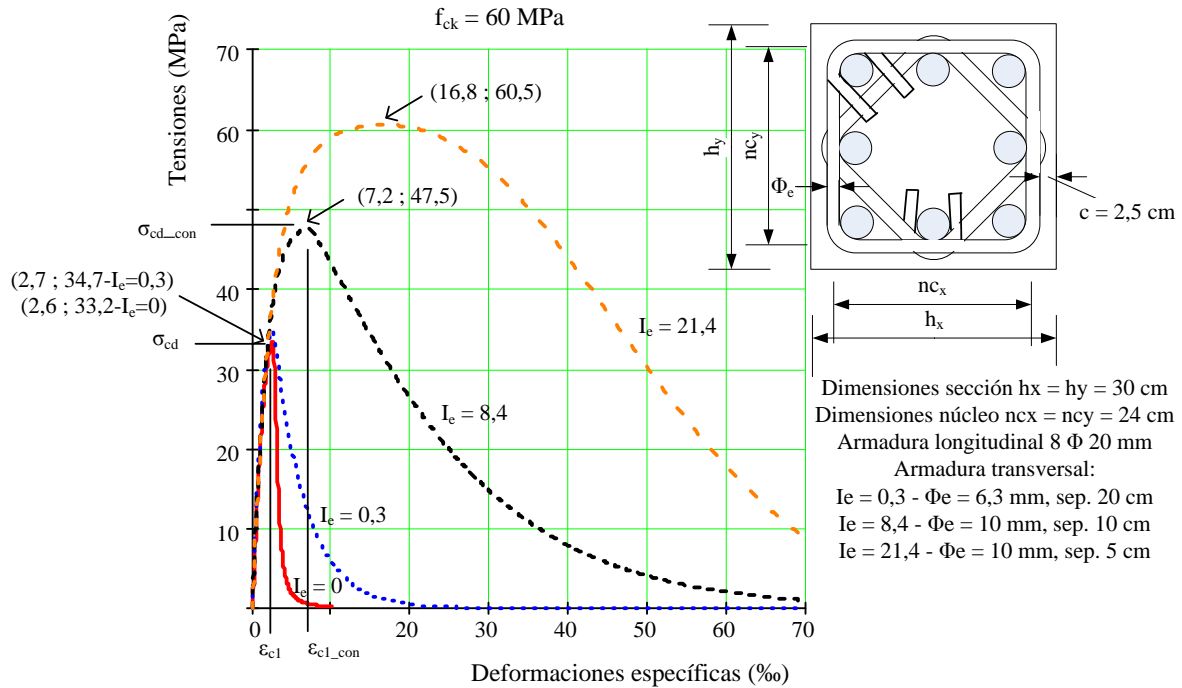


Figura 2 – Diversos tipos de confinamiento de un HAR mostrando sus tensiones de cálculo máximas y deformaciones específicas del pico de la curva.

En la Figura 2 se muestra el aumento significativo de la resistencia del núcleo de la sección cuando existe un alto grado de confinamiento (se duplica), también se puede observar que el HAR deja de tener un comportamiento frágil, esta última cualidad conocida como ductilidad (capacidad de sufrir deformaciones plásticas) es la mayor ventaja del hormigón confinado especialmente en regiones sísmicas. En este trabajo, se incorporan estas mejoras en el cálculo de una columna y considerando el Método General de dimensionamiento. Para conseguir elevadas ductilidades es necesario que la cuantía volumétrica de la armadura transversal $\rho_{sv} = V_{se}/V_{nc}$ sea elevada (relación entre el volumen de armadura transversal y el volumen del hormigón entre núcleos de estribos), por ejemplo para el índice de confinamiento de 21,4 la cuantía volumétrica debe ser 4,5% y para el bajo índice de confinamiento de 0,3 la cuantía volumétrica es de 0,4% (esta última corresponde a una separación y diámetro usual de estribos).

3. CONSIDERACIONES DE LA NO LINEALIDAD GEOMÉTRICA Y FÍSICA

En elementos lineales comprimidos, cuando el equilibrio está descrito en la posición deformada, o sea en la configuración actual, este desplazamiento influye en el equilibrio (no son necesarios grandes desplazamientos) y usualmente se conoce como no linealidad geométrica (NLG) o de segundo orden. Para muy pequeños desplazamientos, la posición deformada y no deformada se confunden y se puede considerar el equilibrio en la posición no deformada. Haciendo referencia la posición deformada, Figura 3, en el estudio de la estabilidad, se identifica el apareamiento de un punto límite (para estructuras reales), que corresponde a una fuerza F_{inest} que provoca la inestabilidad del elemento, o un punto de bifurcación del equilibrio (en estructuras ideales), que corresponde a F_{cr} que puede ser la fuerza crítica de pandeo por flexión.

En algunas situaciones (elementos comprimidos de esbeltez moderada, menor a 100) es posible considerar la NLG de forma simplificada, por ejemplo para pequeños giros, se permite adoptar las elásticas como una función de senos o cosenos, o adoptar el seno del ángulo igual al ángulo o el coseno del ángulo igual a 1. Si no son adoptadas hipótesis simplificadas en relación a los giros, se realiza una descripción del problema geoméricamente exacta.

Para determinar las respuestas a cualquier problema de una columna es necesario resolver las condiciones de equilibrio junto con compatibilidad de las deformaciones y las relaciones constitutivas de los materiales.

Las respuestas no lineales provienen de ser el hormigón armado un material compuesto con propiedades de difícil definición como, un comportamiento no lineal del diagrama tensión-deformación específica del hormigón y acero, de la dificultad de considerar la adherencia entre el acero y hormigón, la fisuración del hormigón, fricción de los agregados en las fisuras diagonales, efectos reológicos del hormigón, propagación de fisuras en la interface entre los agregados y la pasta del hormigón, etc. Existe una pérdida de rigidez durante la fisuración del hormigón traccionado, y aparición de

la plastificación del hormigón comprimido y armadura. El comportamiento del hormigón sujeto a esfuerzos uniaxiales, biaxiales y triaxiales es diferente, es necesario formular un criterio de ruptura cuando el hormigón está sujeto a varios estados de tensión. Este comportamiento es conocido como no linealidad física (NLF). En este trabajo el confinamiento que proviene del estado triaxial del hormigón es considerado analíticamente.

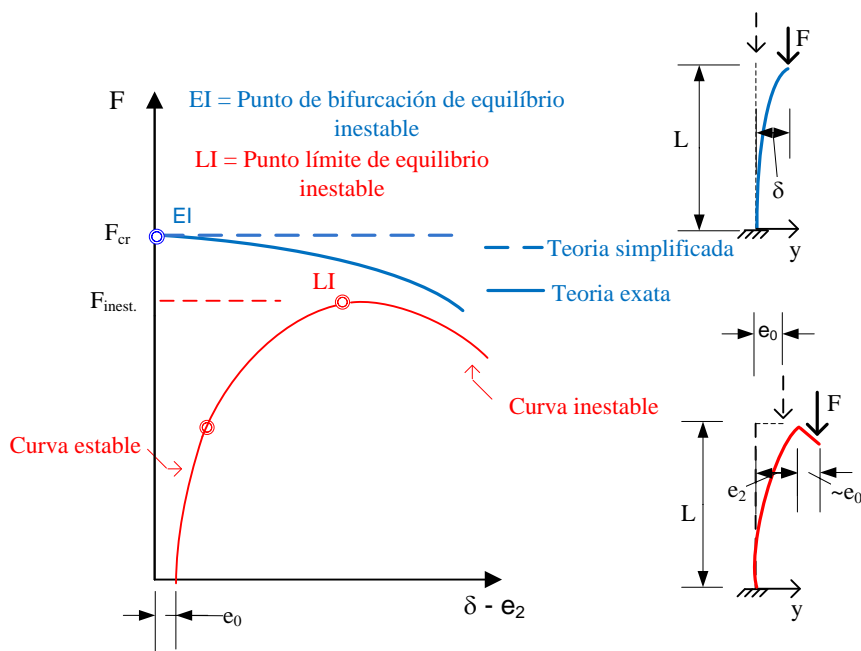


Figura 3 – Curvas mostrando el punto de bifurcación y el punto límite.

En la elaboración de los programas computacionales son empleados algoritmos para elementos lineales que consideran la NLG y NLF en base al diagrama momento curvatura, que es obtenido a partir de las ecuaciones de equilibrio, las ecuaciones de compatibilidad de deformaciones, de las propiedades de los materiales incluyendo el confinamiento, de la geometría de la sección transversal, de la armadura longitudinal y para una intensidad de fuerza. Con estas consideraciones serán elaboradas curvas de dimensionamiento.

▪ **Diagrama de esfuerzo axial - momento resistente – curvatura**

Los diagramas de interacción normalmente denominados de momento-curvatura son fundamentales cuando en elementos de hormigón armado se consideran la NLF y NLG y son básicos para el dimensionamiento y el estudio de la inestabilidad. Su construcción es para poder conocer la curvatura provocada por un determinado momento flector actuante, para una dada sección transversal con armadura conocida y para una intensidad de esfuerzo axial predeterminado, considerando las ecuaciones de equilibrio, ecuaciones de compatibilidad, ecuaciones constitutivas y geometría de los componentes del conjunto. El valor límite de la deformada está en la falla del material, o sea, la ruptura del hormigón o una deformada excesiva de la armadura longitudinal. Para su construcción se considera que las secciones transversales permanecen planas y normales al eje deformado hasta el Estado Límite Último (ELU) y que existe una perfecta adherencia entre el hormigón y la armadura longitudinal. Son excluidos los desplazamientos en virtud de los esfuerzos cortantes y se consideran desplazamientos y rotaciones moderadas.

Para la expresión de la curvatura es necesario considerar un elemento diferencial dx de una barra sujeta a flexión y que esté en equilibrio después de la deformación, Figura 4. La expresión de la curvatura adimensional está por la relación, Figura 4:

$$\theta = \frac{h}{r} = \varepsilon_{cmax} - \varepsilon_1 \tag{8}$$

donde, $1/r$ es la curvatura, ε_{cmax} es la deformación específica máxima del hormigón comprimido, ε_1 es la deformación correspondiente a la fibra extrema opuesta y h es la altura de la sección. En la expresión anterior y en las próximas que consideran la determinación de las relaciones momento-curvatura fue considerado el estiramiento con signo negativo.

De la Figura 4 se obtiene la posición de la línea neutra adimensional $\beta_x = \varepsilon_{cmax}/\theta$ en relación al borde más comprimido. Para la construcción de los diagramas momento-curvatura no son empleadas las expresiones de los ELU, porque los diagramas de deformación no pertenecen a los dominios de deformación, pero corresponden a una situación cualquiera de servicio. Con los valores de las deformaciones fueron obtenidas las resultantes en las armaduras y en el

hormigón comprimido, para tal fueron empleados diagramas tensión-deformación específica realistas tanto del acero como del hormigón confinado y no confinado cuando necesario. Los diferentes parámetros geométricos y mecánicos fueron desarrollados analíticamente con expresiones adimensionales reducidas en relación a la altura de la sección (h), ancho de la sección (b) y a la resistencia del hormigón ($0,85f_{cd}$).

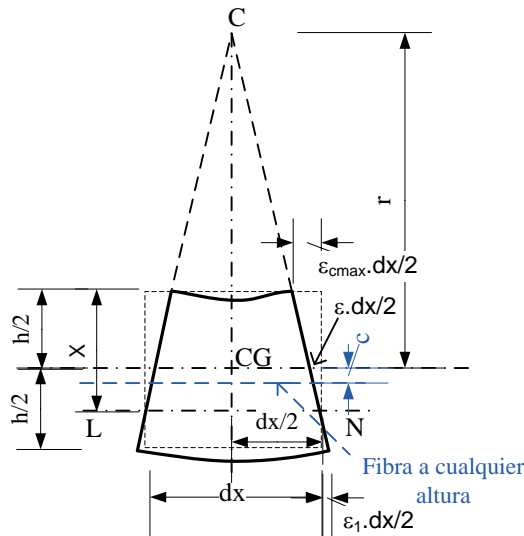


Figura 4 – Elemento diferencial de una barra a flexión.

En la Figura 5 se muestran los diagramas de tensiones y de deformaciones y sus diferentes parámetros que serán utilizados para el cálculo de las resultantes (cuando entre paréntesis, junto con sus parámetros reducidos). Los parámetros adimensionales de esa figura son $\rho_1 = A_{s1}/(b \times h)$ y $\rho_2 = A_{s2}/(b \times h)$, las áreas de las armaduras A_{s1} la traccionada y A_{s2} la comprimida por el momento flector; las tensiones actuantes en las armaduras son $\alpha_1 = \sigma_{s1}/0,85f_{cd}$ y $\alpha_2 = \sigma_{s2}/0,85f_{cd}$; los esfuerzos actuantes en la sección son $\mu = M/(0,85f_{cd} \times b \times h^2)$ y $\nu = F/(0,85f_{cd} \times b \times h)$.

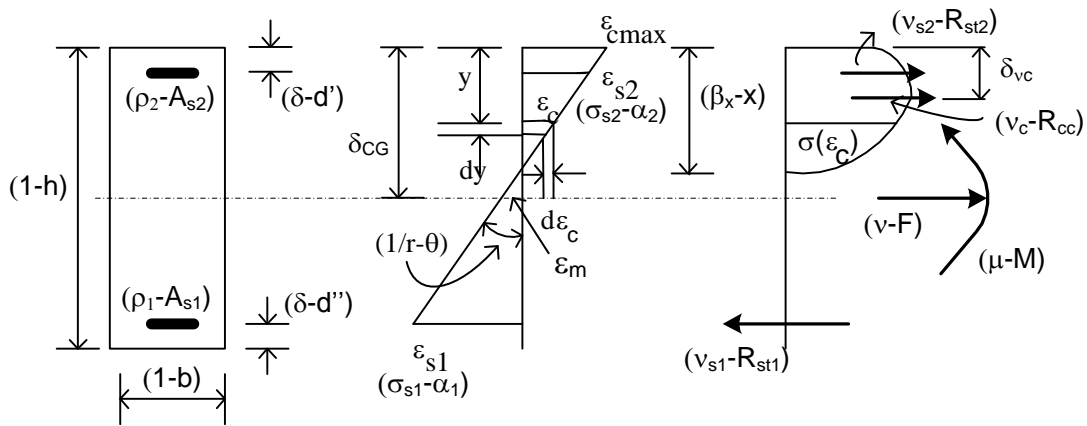


Figura 5 – Diagrama de tensiones y deformaciones específicas para una configuración cualquiera de servicio.

Las resultantes en las armaduras son:

$$v_{s1} = \frac{R_{st1}}{0,85f_{cd} \times b \times h} \quad \text{y} \quad v_{s2} = \frac{R_{st2}}{0,85f_{cd} \times b \times h} \quad (9)$$

La resultante del hormigón comprimido y el momento producido por la misma en relación a la fibra más comprimida son:

$$R_{cc} = \int_0^x b \times \sigma(\epsilon_c) \times dy \quad \text{y} \quad M_{Rcc} = \int_0^x b \times \sigma(\epsilon_c) \times y \times dy \quad (10)$$

Con el objetivo de modificar las variables de integración de las ecuaciones (10), se relaciona los parámetros y y θ : $y = h/[\theta \times (\varepsilon_{cmax} - \varepsilon_c)]$ y $dy = -h/(\theta \times d\varepsilon_c)$, substituyendo estas expresiones en las ecuaciones (10) se tiene las mismas en forma paramétrica:

$$v_c = \frac{1}{\theta} \int_0^{\varepsilon_{cmax}} \sigma(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad y \quad \mu_c = \frac{1}{\theta^2} \int_0^{\varepsilon_{cmax}} \sigma(\varepsilon_c) \times (\varepsilon_{cmax} - \varepsilon_c) \times d\varepsilon_c \quad (11)$$

Para obtener los diferentes pares del diagrama momento-curvatura para un axial dado, se hizo variar el valor de la curvatura (θ) hasta la curvatura última $\theta_{ult} = (\varepsilon_{cu1} + 0,01)/(1 - \delta)$, y para cada una de éstas se incrementó el valor de ε_{cmax} hasta su valor límite ε_{cu1} o $\varepsilon_{cu1D5} = (\beta_x \times \varepsilon_{c1} \times \varepsilon_{cu1})/(\beta_x \times \varepsilon_{cu1} + \varepsilon_{c1} - \varepsilon_{cu1})$, este último cuando $\beta_x > 1$. En las expresiones anteriores, para el hormigón confinado se substituye la deformación específica correspondiente al pico de la curva ε_{c1} por ε_{cc1} , y la deformación específica última ε_{cu1} por ε_{ccu1} .

Para cada incremento de ε_{cmax} fueron calculadas las resultantes en las armaduras y en el hormigón comprimido, ecuaciones (9) y (11), considerando su diagrama realista sea confinado o no confinado. La suma de las fuerzas resultantes en el hormigón y armaduras es la fuerza resistente y cuando su valor iguala a la de fuerza externa significa que fue satisfecha la ecuación de las fuerzas normales y la posición de la línea neutra es la correcta. Con el valor correcto de la posición de la línea neutra se calcula el momento resistente correspondiente al centroide de la sección transversal incluyendo los aportes de las armaduras y del hormigón comprimido. Este es un punto de la curva correspondiente a una curvatura adoptada y un momento interno correspondiente. Se continúa para otra curvatura hasta alcanzar los valores límites de los materiales o hasta el valor último de la curvatura.

En la Figura 6 se observa el diagrama momento-curvatura para un determinado esfuerzo axial F_1 (la curva con trazo grueso corresponde a este diagrama).

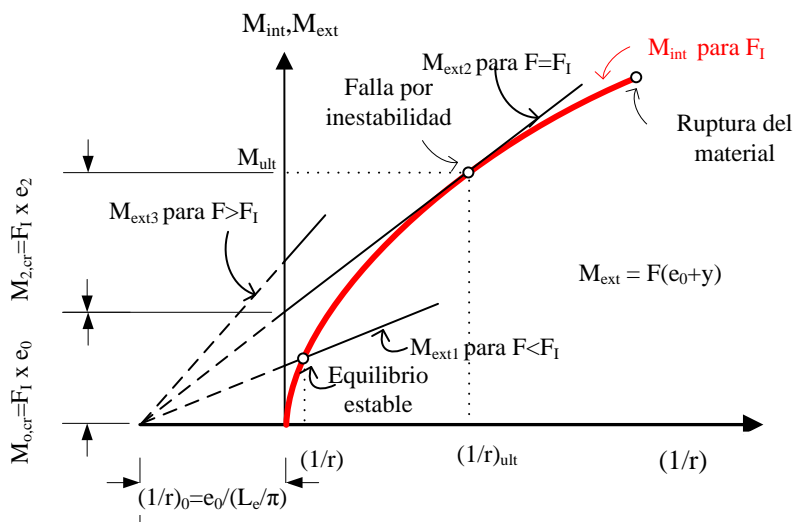


Figura 6 – Diagrama momento-curvatura para un esfuerzo axial F_1 .

Es posible utilizar este diagrama momento-curvatura para definir la fuerza axial que provocará la inestabilidad de la barra (Figura 3). En el caso de la Figura 6, F_1 es la fuerza que provocará inestabilidad de la barra que tiene una determinada sección transversal, cierta disposición de materiales y una excentricidad inicial de fuerza e_0 . Es posible obtener el momento flector máximo que se podrá aplicar a este elemento sujeto a flexo-compresión $M_{max} = M_{0,cr} + M_{2,cr}$, este momento incluye los efectos de segunda orden local.

Para fuerzas mayores a F_1 el equilibrio es inviable. Para fuerzas menores a F_1 no ocurrirá la falla por inestabilidad y es posible obtener una situación de equilibrio estable para una determinada curvatura y al soltar la carga retorna el elemento a su posición inicial. Cuanto mayor la curvatura significa que mayores son las deformaciones y mayores los giros que puede tener el elemento al alcanzar el ELU. Aplicando los procedimientos descritos anteriormente fueron obtenidos una serie de diagramas momento-curvatura de dimensionamiento para diferentes axiales aplicados, considerando el hormigón confinado y no confinado y para una resistencia característica $f_{ck} = 60$ MPa.

▪ **Diagramas momento-curvatura para $f_{ck} = 60$ MPa para un hormigón no confinado y confinado**

La Figura 7 muestra el esquema de la sección transversal y los parámetros adimensionales que serán utilizados al ingresar en los diagramas de dimensionamiento.

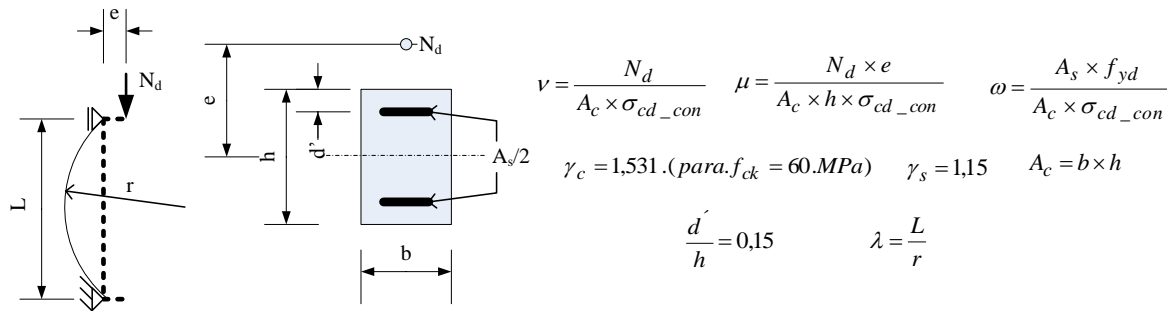


Figura 7 – Esquema de la sección transversal y parámetros de dimensionamiento.

Analizando la Figura 8, para HAR no confinados ($Ie = 0$), es posible observar que al aumentar el esfuerzo axial disminuye la curvatura última y el diagrama resulta más abatido, esto significa una menor capacidad de giro cuando se tiene esfuerzos axiales grandes, disminuye el giro último que puede alcanzar la sección transversal especialmente para pequeñas cuantías mecánicas de armadura longitudinal.

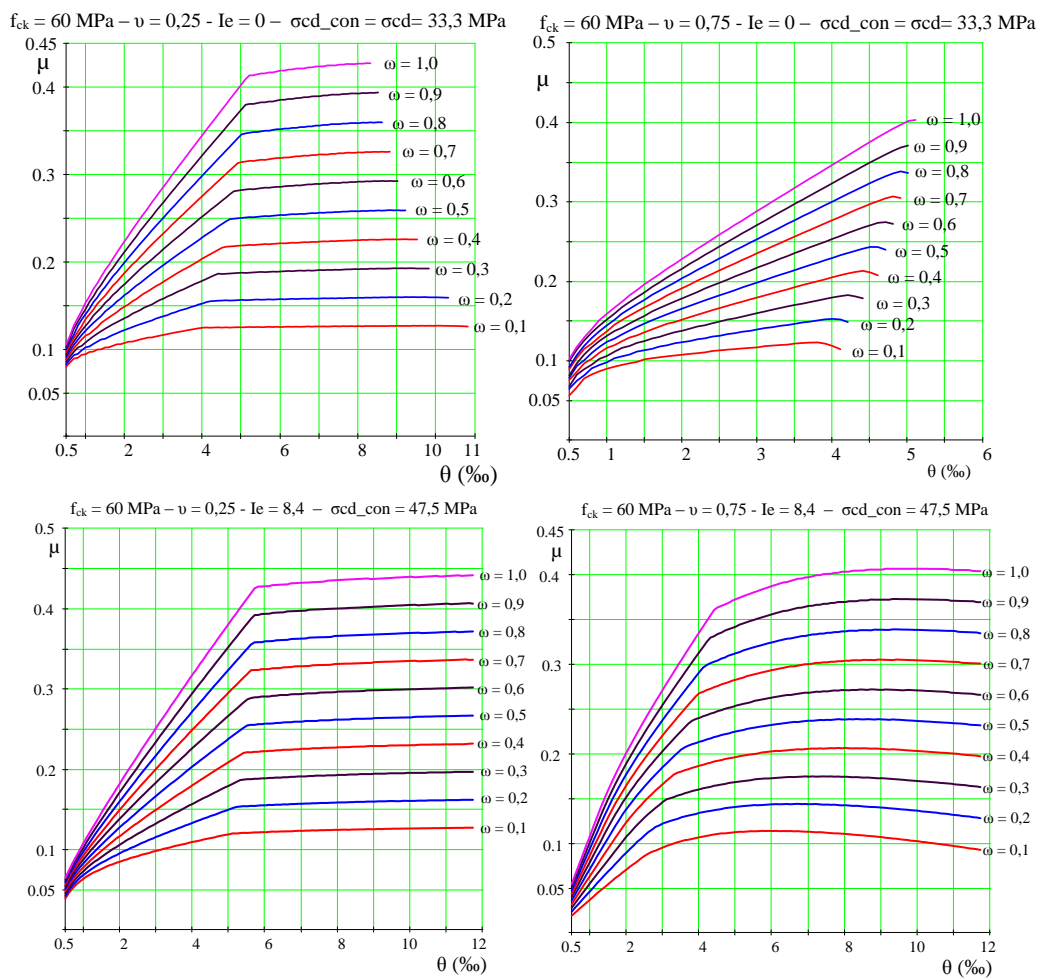


Figura 8 – Diagramas momento-curvatura para HAR no confinados y confinados.

Para valores bajos del esfuerzo axial ($\nu = 0,25$), los diagramas presentan un quiebre, en la sección del quiebre normalmente ocurre la fisuración del hormigón traccionado, el momento crítico de primer orden posiblemente se encuentra en la región del quiebre. Es posible observar que para esfuerzos axiales mayores ($\nu > 0,75$) existe una disminución del momento al aproximarse a la curvatura última, esto significa que la columna pierde estabilidad para la curvatura correspondiente a esa disminución de momento.

De la misma Figura 8, el hormigón confinado ($Ie = 8,4$) tiene una mayor curvatura última, esto refleja una mejor posibilidad de giro lo que corresponde a una mayor ductilidad que es justamente la ventaja del confinamiento. Mismo comentario para cuando se tiene axiales elevados, que para una determinada curvatura hay una disminución del

momento, lo que significa que hay una pérdida de estabilidad para esa curvatura no importando la presencia del confinamiento, pero esa pérdida de estabilidad no será repentina como ocurriría en una columna no confinada.

4. ESTADO LÍMITE ÚLTIMO PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO

Existen varias maneras de analizar el problema de inestabilidad de elementos a flexo-compresión, pero el método más riguroso y obligatorio por las normas para esbeltez mecánica elevada es el Método General, que estudia el comportamiento del elemento a medida que ocurre los incrementos de fuerza, es indispensable considerar la NLF y NLG reales.

4.1. Método General

Para la consideración de la NLF se tiene el historial de las tensiones, la curvatura de las secciones y el diagrama no elástico de los materiales componentes. Es necesario obtener la curva fuerza-desplazamiento lateral de la columna y verificar si se alcanzó la fuerza límite de inestabilidad o la ruptura de los materiales, la curva es obtenida punto a punto, Figura 9.

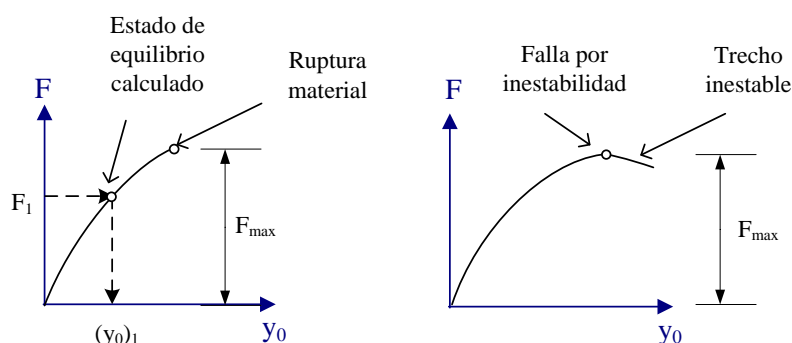


Figura 9 – Curvas fuerza-desplazamiento

Existen varios procedimientos para obtener punto a punto la gráfica, en este trabajo se utilizó el método de las diferencias finitas que se encuentra en Santos [7]. La determinación de la deformada es por tentativas, siendo necesario dividir la columna en sub-elementos. Se fija la excentricidad de segundo orden, normalmente en la sección más crítica, y empleando los criterios de diferencia finitas se debe obtener como deformada cero al llegar al extremo de la columna, si el resultado es diferente de cero se recommienza las tentativas con un nuevo valor de la excentricidad de segundo orden.

La Figura 10 muestra una columna biarticulada dividida en sub-elementos.

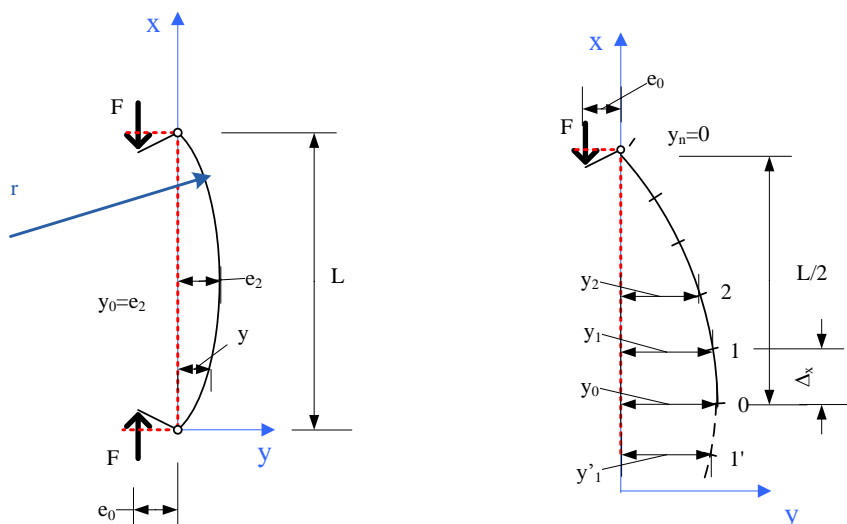


Figura 10 – Columna bi-articulada con divisiones.

La construcción de la curva se la realiza punto a punto, los puntos son definidos por equilibrio de fuerzas y compatibilidad de deformaciones entre 2 etapas, las etapas están resumidas en el flujograma de la Figura 11.

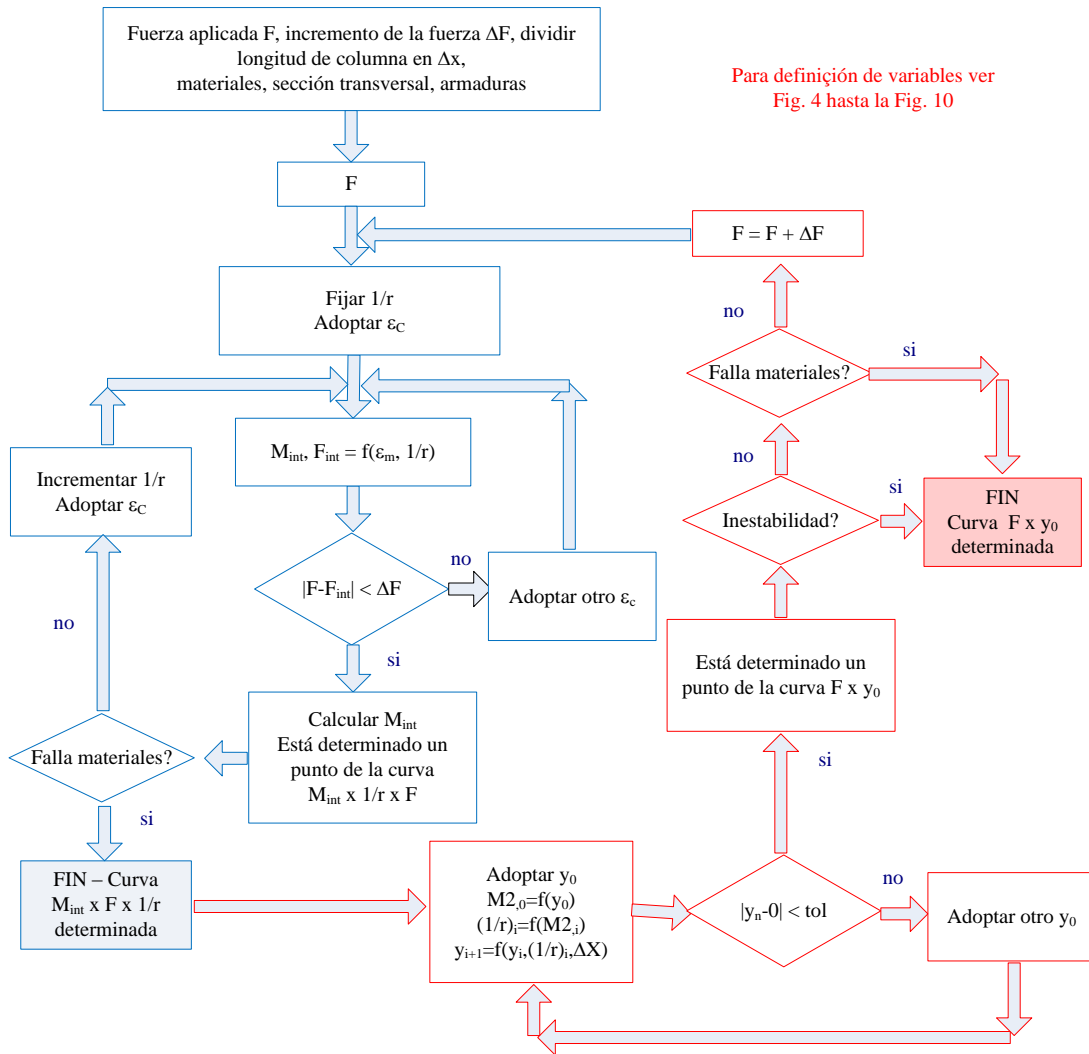


Figura 11 – Flujo-grama para la obtención del gráfico momento-curvatura y del gráfico fuerza-desplazamiento lateral con el Método General [8].

De la Figura 10 se adopta un valor para y_0 en $x = L/2$, se calcula el momento total en esa sección y en otras secciones con $M_{tot,i} = F \times (e_0 + y_i)$, empleando el diagrama momento-curvatura construido para F se obtiene los valores de la curvatura para las diferentes secciones $(1/r)_i \rightarrow M_{tot,i}$, empleando el método de las diferencias finitas se calcula las excentricidades y_1, y_2, \dots, y_n , por medio de las ecuaciones (12).

$$y_1 = y_0 - \frac{\Delta x^2}{2} \times \left(\frac{1}{r}\right)_0 \quad y_{i+1} = 2 \times y_i - y_{i-1} - \Delta x^2 \times \left(\frac{1}{r}\right)_i \quad (12)$$

En la sección n es necesario obtener $y_n = 0$, si esto no ocurre es preciso recomenzar el procedimiento interactivo con el programa, modificando el valor de y_0 nuevamente por tentativas, si ocurre la configuración es estable. Cuando se encuentra una configuración de equilibrio estable (punto de la curva axial-desplazamiento lateral), significa que el elemento está con mayor resistencia de la necesaria, se puede ser aumentada la fuerza axial hasta que la columna falle.

Para facilitar el dimensionamiento de columnas sujetas a flexo-compresión utilizando el Método General con y sin confinamiento, se elaboraron diagramas de fuerza axial-momento de primer orden, para diversas esbelteces y cuantías mecánicas de armadura. El uso de estos diagramas evita tener que calcular las excentricidades de segundo orden y obtener un dimensionamiento rápido conociendo los momentos actuantes en el elemento. Para hacer estos diagramas se consideró una variante del método consistente en mantener la fuerza actuante constante, modificando la excentricidad inicial de modo incremental obteniendo un valor crítico total de la excentricidad.

- **Diagramas fuerza axial-momento de dimensionamiento para hormigones confinados y no confinados con $f_{ck} = 60$ MPa para diversas esbelteces**

Para utilizar los diagramas de las Figuras 12 y 13, se debe considerar los parámetros de la Figura 7.

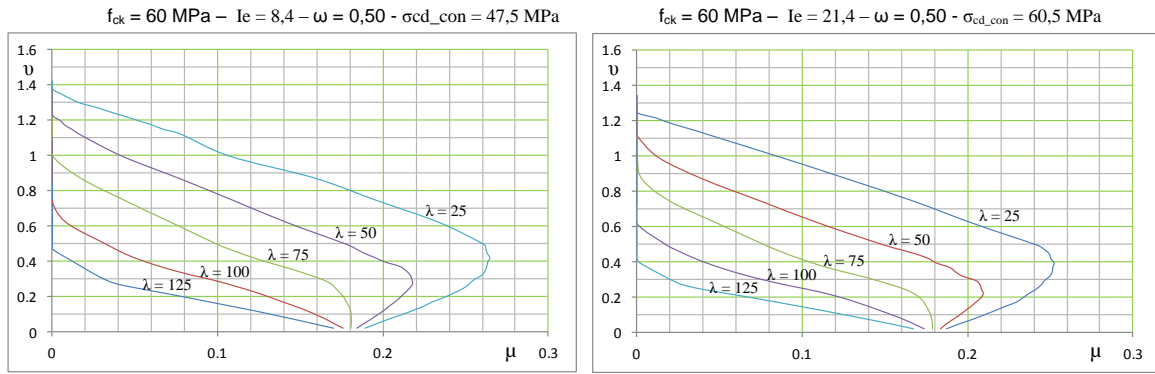


Figura 12 – Diagramas axial-momento para hormigones con mediano y alto grado de confinamiento y cuantía mecánica $\omega=0,5$.

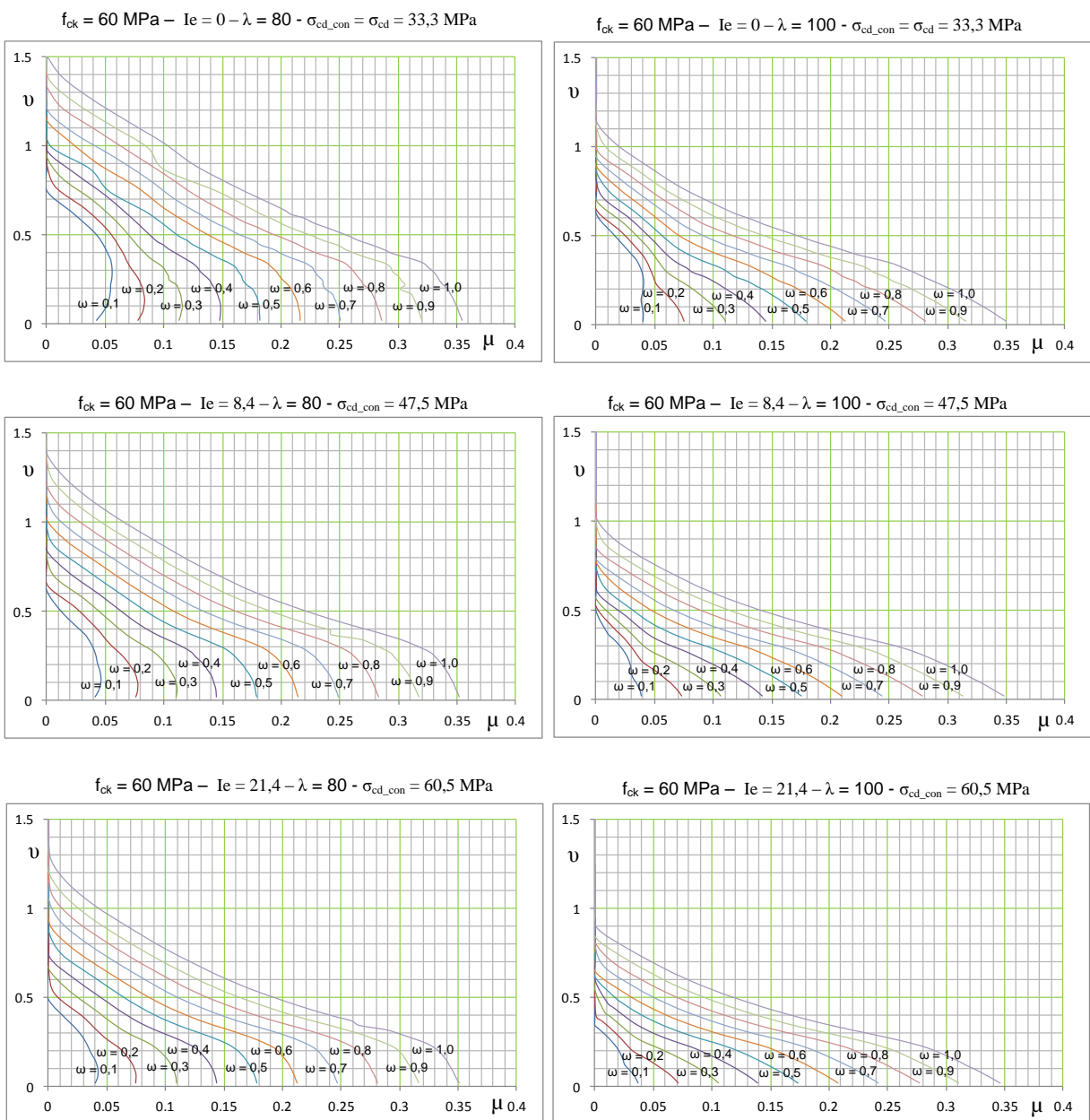


Figura 13 – Diagrama axial momento para hormigones no confinados y con mediano y alto grado de confinamiento y esbelteces mecánicas de 80 y 100.

Los gráficos de la Figura 12 muestran que hasta la esbeltez mecánica de 70 existe una región de transición entre falla por aplastamiento del hormigón o por deformación excesiva de la armadura, el confinamiento del hormigón permite que la región de transición no sea tan acentuada. Aparentemente, el diagrama que tiene mejor confinamiento puede soportar esfuerzos menores, porque sus esfuerzos reducidos son menores para una misma esbeltez, pero considerando que la tensión del hormigón resistente del núcleo de la sección es mayor para el hormigón mejor confinado estos soportaran mayores esfuerzos. Para otras cuantías de armadura longitudinal los diagramas tienen una forma muy parecida.

La Figura 13 muestra gráficos para esbelteces elevadas y para diferentes cuantías de armadura, para hormigones bien confinados, medianamente confinados y no confinados. Con el uso de estos gráficos es posible obtener la armadura longitudinal de forma muy rápida empleando el MG, que es considerado como un método exacto. De esta manera el MG que era considerado como un método de verificación, puede ser considerado un método de dimensionamiento. Los gráficos anteriores permiten incluir el confinamiento del hormigón. Para el caso del HAR, es necesario tener un gráfico para cada tipo de hormigón, porque sus parámetros son diferentes.

5. APLICACIÓN DE LOS DIAGRAMAS A UN EJEMPLO DE DIMENSIONAMIENTO

Se considera una columna de hormigón armado de 30cm x 30cm, sujeta a flexo-compresión normal, con longitud de 700 cm, recubrimiento mecánico $\delta = 0,15$ y materiales $f_{ck} = 60$ MPa y $f_{yk} = 500$ MPa. Sus esfuerzos están indicados en la Figura 14. Para la rigidez serán considerados, a favor de la seguridad, sus nudos con libre giro. La esbeltez corresponde a $\lambda = (700/0,29 \times 30) \approx 80$. Para una situación sin confinamiento, los esfuerzos solicitantes reducidos son: $\mu_{d,1} = 0,076$ y $v_d = 0,5$. Ingresando a los gráficos de la Figura 13, la cuantía mecánica es $\omega = 0,32$ con la que se obtiene una armadura $A_s = 22,06$ cm².

Para una situación con mediano confinamiento ($I_e = 8,4$ de la Figura 2), los esfuerzos solicitantes reducidos son $\mu_{d,1_con} = 0,053$ y $v_{d_con} = 0,35$. En los gráficos de la Figura 13, la cuantía mecánica es $\omega = 0,2$ con la que se obtiene una armadura $A_s = 19,66$ cm².

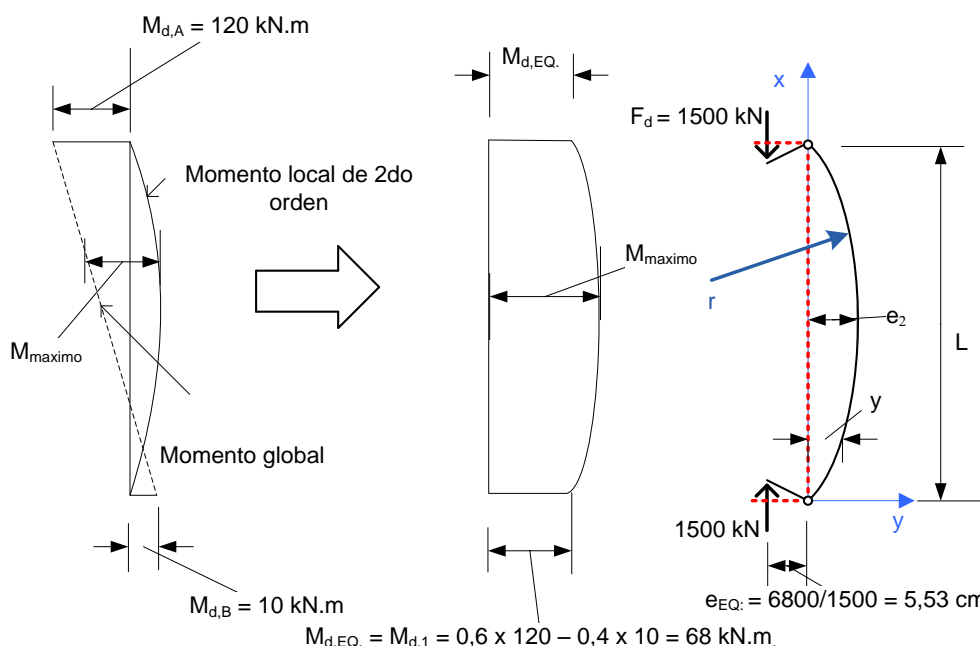


Figura 14 – Esfuerzos actuantes en la columna.

Para efectos de comparación y como la esbeltez es inferior a 90 es posible realizar un cálculo aproximado con el método de la columna modelo con curvatura aproximada (NBR 6118 [9]). En este caso el momento total será: $\mu_{d,tot} = \mu_{d,1} + v_d \times [(L^2 \times 0,005)/(10 \times h^2 \times (v_d + 0,5))]$.

Para la situación sin confinamiento $\mu_{d,tot} = 0,212$ y para la situación con confinamiento $\mu_{d,tot_con} = 0,165$. Utilizando gráficos para el ELU de la Figura 15 (ver los parámetros de la Figura 7), se obtiene para las cuantías para ambas condiciones. Es posible verificar que casi son las mismas cuantías mecánicas.

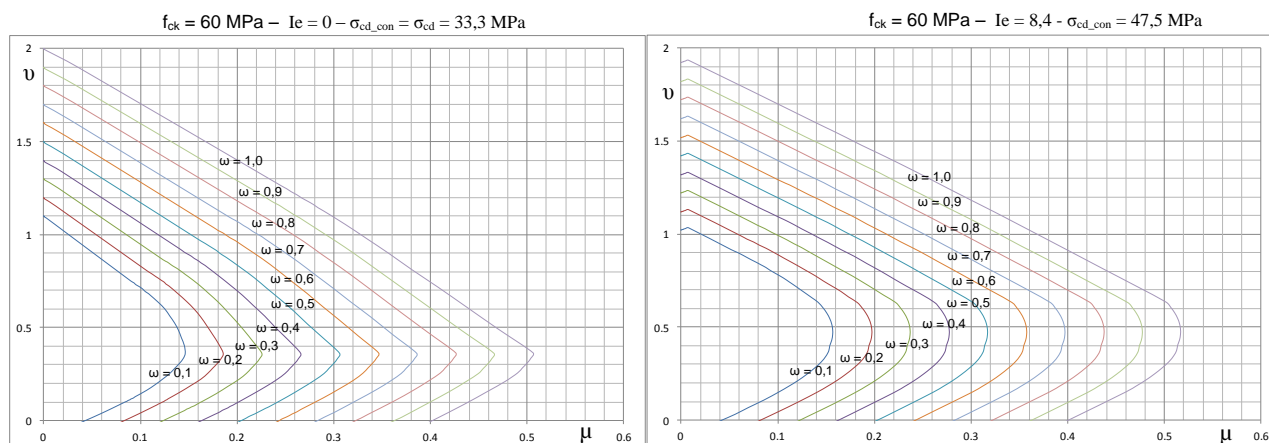


Figura 15 – Diagramas esfuerzo axial-momento para el ELU de los materiales, para HAR no confinado y confinado.

6. CONCLUSIONES

Para obtener un confinamiento adecuado es necesario tener elevadas cuantías de armadura transversal, poco usuales en edificaciones convencionales, pero muy necesarias si se desea tener ductilidad, siendo ésta la principal ventaja del confinamiento y obligatorio para regiones con sismicidad.

Ha sido posible incluir el efecto del confinamiento en el dimensionamiento de HAR utilizando el modelo de Légeron *et al.* [3] con deformaciones específicas últimas del EUROCODE 2 [5] y considerando el modelo del Método General, que es calificado como el más riguroso y obligatorio para columnas con esbeltez mecánica mayor a 100. Para facilitar el dimensionamiento fueron elaborados diagramas de dimensionamiento para flexo-compresión normal considerando el MG y con el efecto de confinamiento utilizando el programa algébrico y simbólico MathCad, su empleo es simple y seguro.

En el ejemplo de aplicación, fue verificado que para una columna de elevada esbeltez existe una economía de un 12% en la armadura longitudinal cuando se tiene una situación de mediano confinamiento, pero su mayor ventaja es mejorar la fragilidad del HAR. Una forma de apreciar este beneficio es observando los diagramas momento-curvatura de la Figura 8, porque al tener una elevada curvatura última, se tiene una mayor posibilidad de giro correspondiente a esa curvatura y cualquier pérdida de estabilidad no será repentina como en un HAR sin confinar. Ha sido posible comprobar que para la esbeltez de ejemplo el efecto del confinamiento disminuye un 12% la cuantía de armadura longitudinal, pero es prudente, a favor de la seguridad, no incluir este beneficio en el dimensionamiento. Considerando la economía de material, para columnas con esbelteces menores y con esfuerzo axial predominante, el efecto del confinamiento tendrá mayor incidencia.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] CEB/FIP Manual of Buckling and Instability. *Buckling and Instability*. Lancaster, England, 135 p., 1978.
- [2] F. Ansary and Q. Li. "High-strength concrete subjected to triaxial compression." *ACI Materials Journal*, vol. 95, no. 6, pp. 747-755, 1998.
- [3] F. Légeron and P. Paultre. "Uniaxial confinement model for normal- and high-strength concrete columns." *Journal of Structural Engineering*, vol. 129, no. 2, pp. 241-252, 2003.
- [4] CEB Bulletin d'Information 228. *High Performance Concrete: Recommended Extensions to the CEB-FIB Model Code 1990*. CEB Bulletin 228, Lausanne, Switzerland, 33 p., 1995.
- [5] European Committee for Standardization, Standard en 1992-1-1, *EUROCODE 2 (2004): Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, 2004.
- [6] D. Cusson and P. Paultre. "Stress-strain model for confined high-strength concrete." *Journal of Structural Engineering*, vol. 121, no. 3, pp. 468-477, 1995.
- [7] L. M. Santos. *Estado limite último de instabilidade*, Universidade de São Paulo, 1987. (Publicação M-03/87 da Escola Politécnica – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações).
- [8] F. Aguirre e J. S. Giongo. "Análise de pilares esbeltos de concreto de alta resistência considerando a ductilidade." In *XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, San Juan (Argentina), Septiembre, 2010.
- [9] Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6118:2003. *Projeto de Estruturas de Concreto*, Rio de Janeiro, 2003.

[10] CEB-FIP Model Code for Concrete Structures. (1993). *CEB-FIP MC 90*. Comité Euro-International du Béton, Tomas Telford Services Ltd., Switzerland, 1993